

Musterlösung zu Übung 3 zur Vorlesung Messtechnik I im SS 2006

Abgabe: KW 25, 15 Punkte

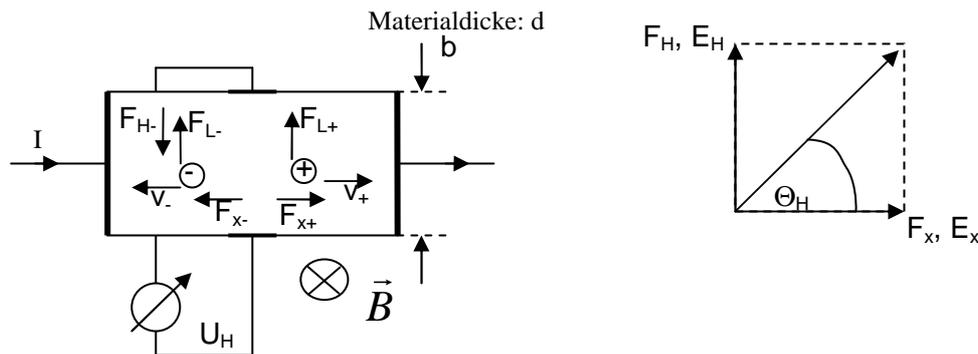
Hausaufgabe 1: Hall-Effekt

6 Punkte

- (2P) Beschreiben Sie den Hall-Effekt mit eigenen Worten und fertigen Sie eine Skizze an! Gib die Hallspannung aufschluss über die Art der Ladungsträger? Begründung!
- (1P) Leiten Sie eine Formel zur Berechnung des Hall-Winkel (θ_H) her!
Hinweis: $\tan(\theta_H) = F_B / F_{E \text{ längs}}$; (θ_H : Hallwinkel, F_B : Lorentzkraft, F_E : Elektrische Kraft in Längsrichtung)
- (1P) Leiten Sie eine Formel zur Berechnung der Hall-Spannung in Abhängigkeit von der magnetischen Flussdichte und der Stromdichte her!
- (2P) Ein InAs – Halbleiter wird als Hallgenerator benutzt. Der Sensor ist $4 \mu\text{m}$ dick und wird von einem Strom der Stärke 6 mA durchflossen. Senkrecht zum Strom wirkt eine magnetische Flussdichte von $0,1 \text{ T}$. Berechnen Sie die Hallspannung sowie die Empfindlichkeit des Sensors! Wie groß ist der Hallwinkel? Hinweis: Ladungsträgerbeweglichkeit $\mu = 2 \text{ m}^2/(\text{V}\cdot\text{s})$, spez. Leitfähigkeit $\sigma = 1,7 \cdot 10^4 (\Omega\cdot\text{m})^{-1}$

Musterlösung zur Hausaufgabe 1: Hall-Effekt

- Ladungsträger, die sich in einem Magnetfeld bewegen, werden senkrecht zu ihrer Geschwindigkeit und zur magnetischen Flussdichte durch die Lorentz-Kraft abgelenkt (siehe Skizze). Senkrecht zu r Stromrichtung und der Richtung der magnetischen Flussdichte entsteht eine elektrische Feldstärke, die von außen als Hallspannung messbar ist. 0,5P



- Lorentz-Kraft: $\vec{F}_L = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$

Hallwinkel:

1P

Der Hallwinkel beschreibt die Ablenkung der Ladungsträgerbewegung zur Stromrichtung, hervorgerufen

durch die Kraftwirkung des B-Feldes. Er ist der Winkel $\tan(\theta_H) = \frac{|\vec{E}_H|}{|\vec{E}_x|}$, wobei E_H das elektrische

Gegenfeld zur Lorentzkraft ist ($\vec{F}_L = -\vec{F}_H$, $\vec{F}_H = q \cdot \vec{E}_H$) und in Aufgabenteil c) zur Herleitung der Hallspannung herangezogen wird. E_x ist das elektrische Feld in Stromrichtung der Kraft (F_x) auf die Ladungsträger in Stromrichtung. Der „Antrieb“ des Stromes in x-Richtung.

$F_x = E_x \cdot q = \frac{v}{\mu} \cdot q$, mit v : Driftgeschwindigkeit der Ladungsträger und μ : Beweglichkeit der Ladungsträger

$F_H = q \cdot v \cdot B$, da v und B senkrecht aufeinander stehen, sonst mit dem Faktor $\sin(\angle v, B)$.

$$\Rightarrow \tan(\theta_H) = \frac{E_H}{E_x} = \mu \cdot B$$

c)

Die der Lorentzkraft entgegen gerichtete elektrische Kraft ist: $\vec{F}_E = q \cdot \vec{E}$

$$F_B = -F_E$$

$$q \cdot \vec{v} \times \vec{B} = -q \cdot \vec{E}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = -\frac{1}{q \cdot n} \cdot \vec{S} \times \vec{B}$$

Mit Stromdichte $\vec{S} = q \cdot n \cdot \vec{v} = \frac{I}{b \cdot d}$

1P

$$U_H = -\vec{E} \cdot b = -\frac{b}{q \cdot n} \cdot \vec{S} \times \vec{B} = -\frac{R_H}{d} \cdot I \cdot B$$

d) Die Art der Ladungsträger kann man anhand des Vorzeichens der Hallspannung ablesen: Wie in der Skizze ersichtlich, werden negative sowie positive Ladungsträger zur gleichen Seite des Materials hin abgelenkt! 1P

e) Berechnung:

$$U_H = -\frac{R_H}{d} \cdot I \cdot B \stackrel{n\text{-Halbleiter}}{=} \frac{\mu}{\sigma \cdot d} \cdot I \cdot B = \frac{2 \frac{m^2}{V \cdot s}}{1,7 \cdot 10^4 \frac{1}{\Omega \cdot m} \cdot 4 \mu m} \cdot 6mA \cdot 0,1T = 17,6mV$$

$$S = \frac{U_H}{I \cdot B} = \frac{\mu}{\sigma \cdot d} = \frac{2 \frac{m^2}{V \cdot s}}{1,7 \cdot 10^4 \frac{1}{\Omega \cdot m} \cdot 4 \mu m} = 29,4 \frac{V}{A \cdot T}$$

2P

$$\tan \Theta = \mu \cdot B \Rightarrow \Theta = \tan^{-1}(\mu \cdot B) = \tan^{-1}\left(2 \frac{m^2}{V \cdot s} \cdot 0,1T\right) = 0,19 \text{ rad} = 10,9^\circ$$

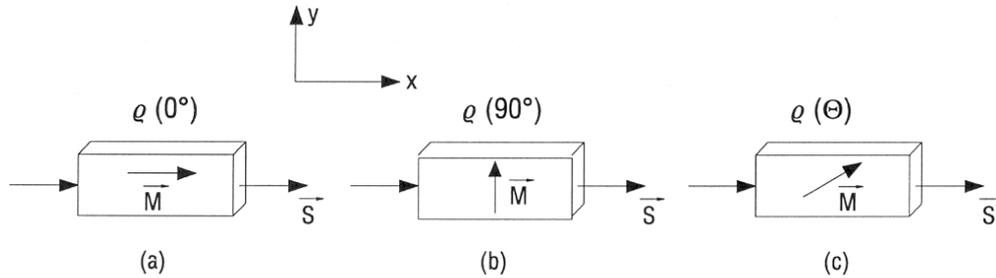
Hausaufgabe 2: Anisotroper magnetoresistiver Effekt

4 Punkte

- (1P) Erklären Sie den anisotropen magnetoresistiven Effekt bei ferromagnetischen Werkstoffen! Geben Sie die Formel für die relative Widerstandsänderung an!
- (1P) Was sind „Barberpole“ im Zusammenhang mit AMR-Sensoren? Welche Funktion haben sie?
- (2P) Leiten Sie den allgemeinen Kennlinienverlauf eines magnetoresistiven Streifens mit Barberpolen her, indem Sie von der Kennliniengleichung $R(H)$ für ferromagnetische Schichtstreifen ausgehen!

- a) In ferromagnetischen Werkstoffen gibt es, auch ohne Einwirkung eines äußeren magnetischen Feldes, kleine Bezirke spontaner Magnetisierung (Weißsche Bezirke). Beim elektrischen Stromfluss durch ferromagnetische Materialien ist es entscheidend, welchen Winkel der Stromdichtevektor und der Vektor der inneren Magnetisierung zueinander einnehmen. Der spezifische Widerstand ist hierbei richtungsabhängig (siehe Skizze).

1P



Für den anisotropen magnetoresistiven Effekt ist die relative Änderung des spezifischen Widerstandes bezeichnend:

$$\frac{\Delta \rho_{\max}}{\rho(90^\circ)} = \frac{\rho(0^\circ) - \rho(90^\circ)}{\rho(90^\circ)}$$

- b) Die Kennlinie magnetoresistiver Sensoren hat für $H_y = 0$ die Steigung null und ist damit für Messaufgaben ungeeignet. Eine günstigere $R(H)$ Kennlinie ergibt sich, wenn der Winkel zwischen Stromdichte und Magnetisierung ohne äußeres Feld nicht wie beim einfachen Streifen 0° sondern 45° beträgt. Technologisch wird diese Drehung des Stroms durch auf den Permalloy-Streifen aufgebrachte, dünne metallische Leiterbahnen realisiert. Die Leiterbahnen sind so strukturiert, dass sie um 45° gegen die Längsrichtung des Streifens geneigt sind. Da die metallischen Dünnschichtstreifen aufgrund ihrer hohen Leitfähigkeit relativ zum ferromagnetischen Material Äquipotentiallinien darstellen, müssen die Feld- und Stromlinien senkrecht aus den Äquipotentiallinien austreten. Die dargestellt Streifenanordnung wird als „Barberpol“-Struktur bezeichnet.

1P

- c) Ausgangsgleichung:

$$R(H_y) = R_{\max} - \Delta R \cdot \sin^2(\Theta)$$

$$\Theta = \varphi - 45^\circ$$

$$\sin^2(\Theta) = \sin^2(\varphi - 45^\circ) = (\sin \varphi \cdot \cos 45^\circ - \cos \varphi \cdot \sin 45^\circ)^2 = \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (\sin \varphi - \cos \varphi) \right]^2$$

$$= \frac{1}{2} \cdot (\sin^2 \varphi - 2 \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi + \cos^2 \varphi) = \frac{1}{2} \cdot (1 - 2 \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi) = \frac{1}{2} - \sin \varphi \cdot \cos \varphi$$

$$= \frac{1}{2} - \sqrt{1 - \sin^2 \varphi} \cdot \sin \varphi$$

2P

$$\Rightarrow R(\varphi) = R_{\max} - \frac{\Delta R}{2} + \Delta R \cdot \sqrt{1 - \sin \varphi} \cdot \sin \varphi$$

$$\text{mit } \sin \varphi = \frac{H_y}{H_k}$$

$$\Rightarrow R(\varphi) = R_{\max} - \frac{\Delta R}{2} + \Delta R \cdot \frac{H_y}{H_k} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{H_y}{H_k} \right)^2}$$

Hausaufgabe 3: MR-Sensor zur Strommessung

6 Punkte

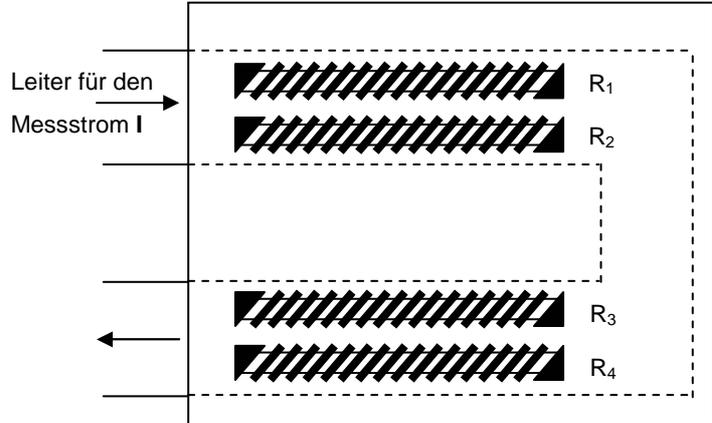
Zur Strommessung kann die unten skizzierte Anordnung mit vier MR-Sensorstreifen mit Barberpolen und auf der anderen Seite des Substrats (Dicke 1 mm) liegender Stromschleife verwendet werden.

- a) (2P) Die MR-Streifen werden zu einer Vollbrücke verschaltet. Schätzen Sie Messbereich und Empfindlichkeit $S = (U_S/U_B)/I$ des Sensors ab, wenn das verwendete MR-Material folgende Kenngrößen hat:

MR-Koeffizient: $k_{MR} = 3\%$

Koerzitivfeldstärke: $H_k = 2 \text{ kA/m}$

- b) (2P) Wie wirken sich homogene Störfelder auf das Messergebnis aus? Welchen Wert dürfen die Störfelder nicht überschreiten? (Ohne Rechnung zu beantworten!)



Zur Erweiterung des Messbereichs kann das Kompensationsprinzip eingesetzt werden.

- c) (2P) Welche zusätzliche Struktur wird dafür auf dem Sensorchip benötigt? Skizzieren Sie die Anordnung im Querschnitt! Warum ist der benötigte Kompensationsstrom deutlich kleiner als der Messstrom?

Lösung zu MR-Sensor zur Strommessung

- a) Der nutzbare Feldmessbereich eines MR-Sensorelementes mit Barberpolen reicht etwa bis zur halben Koerzitivfeldstärke. Also muss gelten:

$$-1 \text{ kA/m} < H_1 < 1 \text{ kA/m}$$

Grob gilt für das vom Strom am Ort des MR-Streifens erzeugte Feld:

$$H_1 = I/d$$

und damit ist der nutzbare Strommessbereich etwa

$$-1 \text{ A} < I < 1 \text{ A.}$$

1P

Für die Brückenschaltung gilt laut Vorlesung:

$$U_S = U_B \cdot 1/2 \cdot k_{MR} \cdot \sin(2\theta) \text{ mit } \sin \theta = H_1/H_k.$$

Bei kleinen Feldern H_1 kann die Linearität des Sinus ausgenutzt werden:

$$U_S = U_B \cdot k_{MR} \cdot H_1/H_k.$$

Mit $H_1 = I/d$ wie oben gilt dann für die Empfindlichkeit S :

$$S = (U_S/U_B)/I = k_{MR}/(H_k \cdot d) = 0,015 \text{ A}^{-1} = 15 \text{ mV/V} / \text{A}$$

1P

- b) Homogene Störfelder bewirken keine Änderung des Ausgangssignals, da alle Widerstände durch ein homogenes Feld in gleicher Weise beeinflusst werden, die sich ergebende Widerstandsänderung wird durch die Brückenordnung unterdrückt (ähnlich wie Temperatureinflüsse). Es ergibt sich erst eine Auswirkung, wenn das Gesamtfeld (Summe aus zu messendem Feld und Störfeld) so groß wird, dass die lineare Näherung für die Widerstandsänderung in Anhängigkeit von Magnetfeld nicht mehr gilt. 2P
- c) Ein Kompensationsleiter, der parallel zum Messstromleiter angeordnet wird (allerdings auf der gleichen Substratseite wie die MR-Struktur, damit nur ein geringer Strom benötigt wird). Skizze siehe Folie 3.10. Da der Messstrom ca. 1 mm vom MR-Material entfernt ist, der Kompensationsleiter aber nur etwa

1 μm ist der benötigte Kompensationsstrom etwa um den Faktor 1000 kleiner als der Messstrom: $H \approx$
1/d also $I_{\text{komp}} \approx I_{\text{mess}} \cdot d_{\text{komp}} / d_{\text{mess}}$ Erklärung und Skizze je 1P