

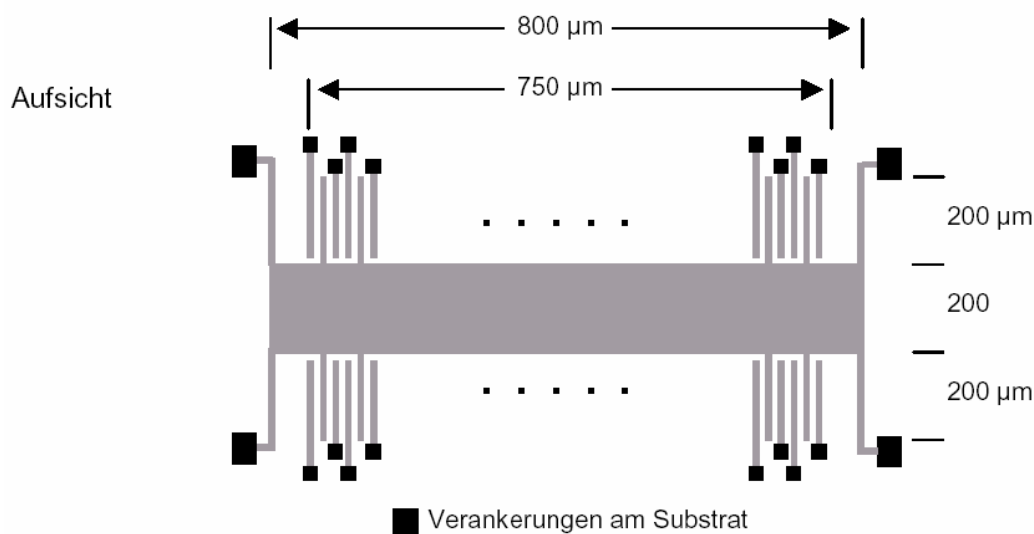
Musterlösung zu Übung 5 zur Vorlesung Messtechnik I im SS 2006

Abgabe: KW 29, 22 Punkte

Hausaufgabe 1: Beschleunigungssensor

9 Punkte

Unten ist schematisch die aus poly-Si hergestellte Sensorstruktur eines mikromechanischen Beschleunigungssensors dargestellt. Alle Komponenten dieser Struktur haben eine Dicke von $10\ \mu\text{m}$. Die Elektrodenfinger (bewegliche und am Substrat verankerte) haben eine Breite von jeweils $3\ \mu\text{m}$, der Luftspalt zwischen zwei Elektroden ist jeweils $2\ \mu\text{m}$ breit. Die vier Federn haben zusammen eine Federkonstante c von $0,1\ \text{N/m}$.



- (1P) Erläutern Sie kurz das Funktionsprinzip des Beschleunigungssensors.
- (3P) Berechnen Sie die seismische Masse des Sensors. Ignorieren Sie dabei die Federn. Wie groß ist der Messbereich ohne Kompensationsbetrieb maximal?
Dichte von poly-Si: $\rho_{\text{Si}} = 2,32\ \text{g/cm}^3$
- (1P) Wie groß sind die beiden Sensorkapazitäten im Ruhezustand?
- (1P) Wie groß ist die Empfindlichkeit des Sensors in mV/g bei Raumtemperatur (20°C), wenn die zur Messung verwendete Kapazitätsbrücke ein Signal liefert mit $U_s = k \cdot (C_1 - C_2) / (C_1 + C_2)$ mit $k = 100\ \text{mV}$?
- (2P) Zur Beschleunigungskompensation werden auf jeder Seite 10 Elektroden genutzt. Welche externe Beschleunigung kann durch Anlegen einer Spannung von $15\ \text{V}$ an diesen Elektroden kompensiert werden?
- (1P) Im Bereich von -40°C bis $+90^\circ\text{C}$ hat die Empfindlichkeit einen Temperaturkoeffizienten von $\text{TK} = -5 \cdot 10^{-4}\ \text{1/K}$. Wie groß sind der absolute und der relative Fehler des Sensorausgangssignals bei einer Beschleunigung von $50g$ und $\vartheta = +50^\circ\text{C}$?

- a) Eine Beschleunigung a in Längsrichtung der seismischen Masse bewirkt eine Kraft von $F = m \cdot a$, die von der Federkraft $F = c \cdot x$ kompensiert wird, also $x = m/c \cdot a$. Die Auslenkung x wird durch die Kapazitätsänderung der beiden von festen und beweglichen Elektroden gebildeten Kapazitäten gemessen. 1P

- b) Die seismische Masse setzt sich zusammen aus dem oben grau gezeichneten Quader (Volumen $800 \cdot 200 \cdot 10 \mu\text{m}^3$) und den Fingern der beweglichen Elektroden (Volumen $3 \cdot 200 \cdot 10 \mu\text{m}^3$). Von diesen beweglichen Elektrodenfingern gibt es insgesamt 100, da eine Elektrodengruppe (feste Elektrode links – Spalt – bewegliche Elektrode – Spalt – feste Elektrode rechts – Spalt) jeweils $15 \mu\text{m}$ breit ist, auf jeder Seite sind also $750/15 = 50$ Gruppen. Also:

$$m = \rho_{\text{Si}} \cdot V = \rho_{\text{Si}} \cdot (V_{\text{Quader}} + 100 \cdot V_{\text{Finger}}) = 2,32 \text{ g/cm}^3 \cdot (1,6 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^3 + 100 \cdot 6 \cdot 10^{-9} \text{ cm}^3) = 5,1 \mu\text{g} \quad 1,5P$$

Der maximale Messbereich ergibt sich aus dem Abstand der Elektroden ($d = 2 \mu\text{m}$), die die Auslenkung begrenzen, der Federkonstante und der seismischen Masse:

$$d > x = F/c = m/c \cdot a, \text{ also } a < d \cdot c/m = 2 \cdot 10^{-6} / (10 \cdot 10^{-6} \cdot 5,1 \text{ Nm/mg}) = 2000/51 \text{ N/kg} = 39,22 \text{ m/s}^2 = 4 \cdot g$$

1,5P

- c) Die zwei Sensorkapazitäten (jeweils von den beweglichen Elektroden nach links und nach rechts zu den benachbarten feststehenden Elektroden) lassen sich als Plattenkondensatoren berechnen. Jede Gruppe bildet zwei Kapazitäten, insgesamt gibt es 100 Gruppen (s.o.):

$$C = N \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0 \cdot A/d = 100 \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0 \cdot (h \cdot l)/d = 100 \cdot 8,854 \cdot 10^{-13} \text{ F} = 0,885 \text{ pF} \quad 1P$$

Mit $\epsilon = 1$ (da Vakuum), $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$, $h = 10 \mu\text{m}$, $l = 200 \mu\text{m}$ und $d = 2 \mu\text{m}$.

- d) Für die Plattenkondensatoren gilt jeweils bei einer Auslenkung der seismischen Masse um x :

$$C_1 = \epsilon \cdot \epsilon_0 \cdot A/(d-x) \text{ und } C_2 = \epsilon \cdot \epsilon_0 \cdot A/(d+x),$$

dann gilt:

$$(C_1 - C_2) / (C_1 + C_2) = [1/(d-x) - 1/(d+x)] / [1/(d-x) + 1/(d+x)] = \dots = 2x/2d = x/d \quad 1P$$

$$\text{Mit } x = m/c \cdot a \text{ ist damit } U_s = k \cdot x/d = [(k \cdot m) / (c \cdot d)] \cdot a$$

Die Empfindlichkeit des Sensors ist also

$$S = U_s/g = 9,81 \cdot U_s/a = 9,81 \cdot (k \cdot m) / (c \cdot d) = 9,81 \cdot 0,1 \cdot 5,1 \cdot 10^{-9} \cdot (10 \text{ m} \cdot 10^6) / (N \cdot 2 \cdot \text{m}) = 25 \text{ mV/g} \quad 1P$$

- e) Die Anziehungskraft, die bei dem Anlegen einer elektrischen Spannung an einem Kondensator wirkt, beträgt $F_{\text{el}} = \frac{1}{2} \cdot C' \cdot U^2/d$. Da hier nur 20 statt wie oben 100 Elektrodengruppen wirksam sind, ist die Kapazität C' der Struktur nur $1/5$ der oben berechneten Sensorkapazität. 1P

Die bei Anlegen von 15 V resultierende elektrostatische Kraft soll nun die durch eine Beschleunigung a hervorgerufene Kraft kompensieren, d.h. $F_{\text{el}} = F_{\text{Beschleunigung}} = m \cdot a$; also

$$a = F_{\text{el}}/m = \frac{1}{2} \cdot C' \cdot U^2/(d \cdot m) = (0,885 \cdot 10^{-12} \cdot (15)^2 \cdot 10^3) / (2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot 5,1 \cdot 10^{-6}) = 1952 \text{ m/s}^2 = 200 \cdot g$$

1P

- f) Absoluter Fehler: $\Delta S = S_0 \cdot \Delta \vartheta \cdot TK = 25 \text{ mV/g} \cdot 30 \text{ }^\circ\text{C} \cdot -5 \cdot 10^{-4} \text{ 1/K} = -0,4 \text{ mV/g}$

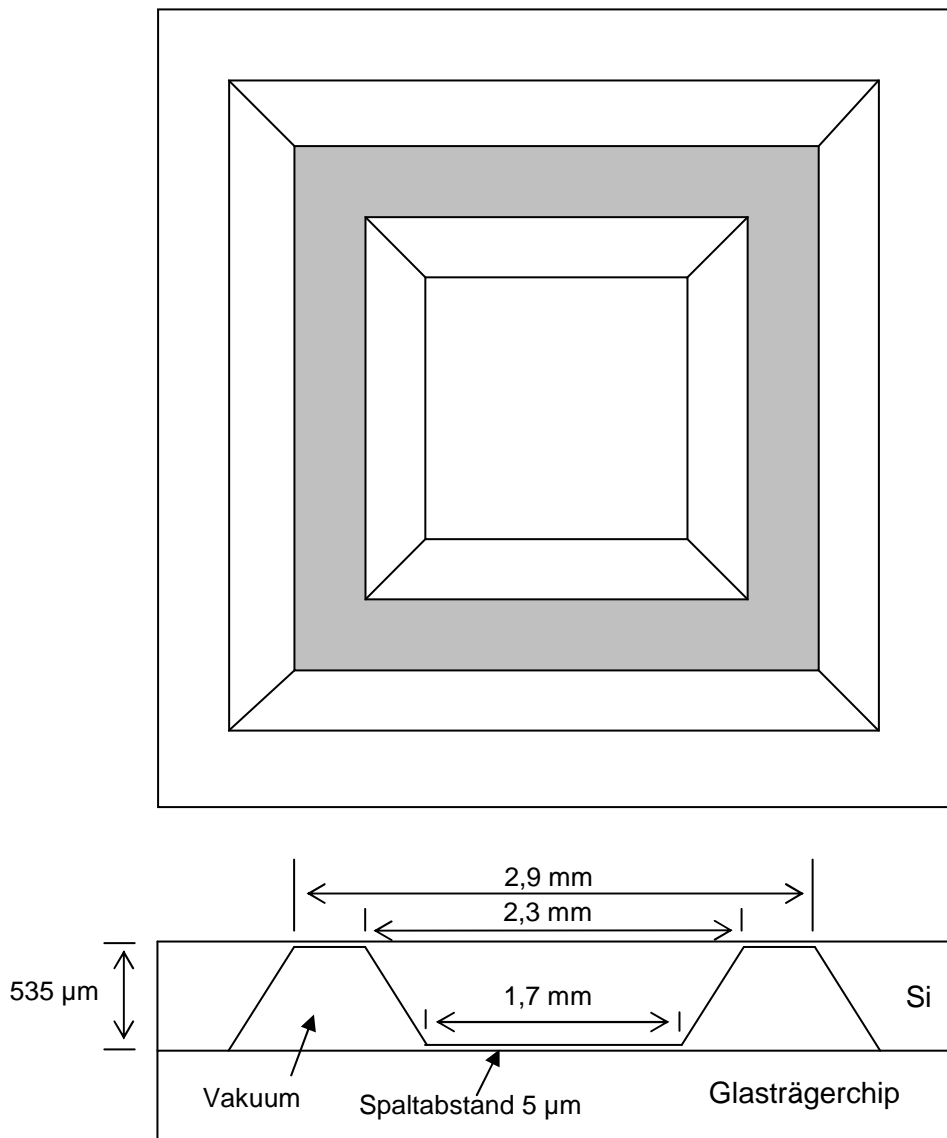
$$\text{Relativer Fehler: } \Delta S/S_0 = -0,4 \text{ mV/g} / 25 \text{ mV/g} = 1,6\%$$

1P

Hausaufgabe 2: Mikromechanischer Drucksensor

7 Punkte

Gegeben sei ein piezoresistiver Drucksensor in Siliziumtechnologie mit Verstärkung der quadratischen Membran durch eine so genannte Bossstruktur, siehe Abbildung.



- (1P) Um welche Art von Drucksensor handelt es sich bei dem abgebildeten Typ? Begründung!
- (1P) Worin liegt der Vorteil dieser Sensorauslegung im Vergleich zu einem Sensor gleicher Abmessung ohne Bossstruktur? Begründung!
- (4P) Können Beschleunigungen senkrecht zur Chipfläche das Messergebnis verfälschen? Schätzen Sie dazu ab, wie groß die Beschleunigung sein müsste, damit ein gleich großes Signal entsteht wie bei einem Druck von 1 bar!

(Dichte von Si: $\rho_{\text{Si}} = 2,32 \text{ g/cm}^3$)

- d) (1P) Erläutern Sie eine Möglichkeit, dieses Sensorelement für den Einsatz in aggressiven Medien zu modifizieren!

MUSTERLÖSUNG

- a) Um einen Absolutdrucksensor: der externe Druck wird gegen das Vakuum im Inneren des Sensors gemessen. 1 P
- b) In der höheren Überdruckfestigkeit der Sensorstruktur, da sich die Sensorstruktur bei hohen Drücken auf dem Glasträgerchip abstützt. 1 P
- c) Im Prinzip lenken Beschleunigungen senkrecht zur Chipfläche die Membran ebenfalls aus, so dass ein Signal wie bei Druckbelastung entsteht. Allerdings ist die Querempfindlichkeit sehr gering, denn bei einem Druck von 1 bar wirkt auf die Membran eine Kraft von $F_{\text{Druck}} = p \cdot A_M$ (A_M : Membranfläche $\approx (2,9 \text{ mm})^2$ eher etwas weniger als Kantenlänge)

Die durch eine Beschleunigung a hervorgerufene Kraft F_B ist:

$F_B = m \cdot a = V \cdot \rho \cdot a$, d.h. die Beschleunigung, die die gleiche Auslenkung hervorruft, wie ein Druck von einem bar, ergibt sich durch gleichsetzen von F_B und F_D :

$$F_B = F_D \rightarrow m \cdot a = V \cdot \rho \cdot a = p \cdot A_M \rightarrow a = F_D / (V \cdot \rho) = p \cdot A_M / (V \cdot \rho)$$

Das Volumen der seismischen Masse lässt sich als Quader mit quadratischer Grundfläche der Kantenlänge 2,0 mm und der Höhe 0,53 mm annähern. Einsetzen mit $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa} = 10^5 \text{ kg/(m} \cdot \text{s}^2)$ liefert:

$$a = 10^5 \text{ kg/(m} \cdot \text{s}^2) \cdot 2,9^2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 / \{(2,0^2 \cdot 0,53) \cdot 10^{-9} \text{ m}^3 \cdot 2,32 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3\} = 170990 \text{ m/s}^2$$

D.h. um ein Signal zu erzeugen wie bei einer Druckbelastung von 1 bar, müsste eine Beschleunigung von rund 170.990 m/s^2 (also etwa 17.430 g) auf den Sensor einwirken. Damit ist der Sensor praktisch nicht querempfindlich gegenüber Beschleunigungen. 4 P

- d) Das Sensorelement wird dazu in ein Edelstahlgehäuse eingebaut. Zwischen Sensormembran und Edelstahlmembran befindet sich Silikon-Öl als Kraftvermittler. Der zu messende Druck wird dann von der Edelstahlmembran über das Öl auf die Siliziumoberfläche des Sensors geleitet.

1 P

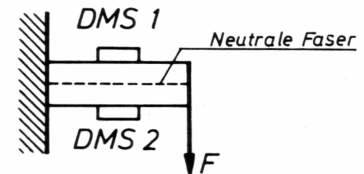
Hausaufgabe 3: Dehnungsmessstreifen

5 Punkte

Zwei Messstreifen

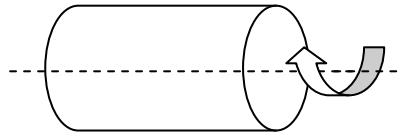
Zur Messung der Biegung eines Biegebalkens sind zwei Dehnungsmessstreifen wie skizziert an diesem angebracht.

- (1P) Wie müssen bei nebenstehender Messanordnung die DMS in einer Messbrücke verschaltet sein?
- (1P) Nach welcher Gleichung kann die Brückenausgangsspannung berechnet werden?



Vier Messstreifen

Zur Messung von Drehmomenten sollen vier aktive DMS auf der unten skizzierten Welle angebracht werden.



- (2P) Wie sind die Dehnungsmessstreifen auf der Welle zu befestigen? Begründen Sie und fertigen Sie eine Skizze an!
- (1P) Wie sind die DMS in einer Vollbrücke zu verschalten?

Musterlösung zu Aufgabe: Piezoresistiver Effekt - Dehnungsmessstreifen

- Da in gleichen Abständen zur neutralen Faser die gleiche Verformung auftritt, diese sich allerdings einmal als Stauchung und einmal als Dehnung äußert, sind die Dehnungen der beiden Streifen betragsmäßig gleich groß. Die Verschaltung erfolgt in einem Brückenweig, also seriell.

1P

b)

Treten Spannungen in allen Brückenweigen auf, so gilt die Formel:

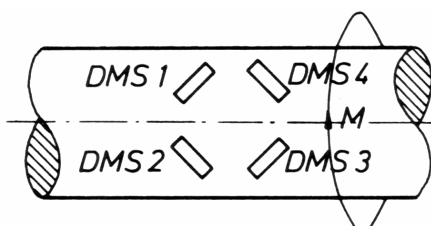
$$U_A = U_E \frac{k}{4} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \varepsilon_3 + \varepsilon_4)$$

Hier sind die Spannungen DMS1 und DMS2 betragsmäßig gleich, in den Widerständen 3 und 4 treten keine Spannungen auf.

$$U_A = U_E \frac{k}{4} [\varepsilon - (-\varepsilon)] = U_E \frac{k}{2} \varepsilon$$

1P

- Die DMS müssen wie skizziert im Winkel von 45° zur Wellenachse angebracht werden:



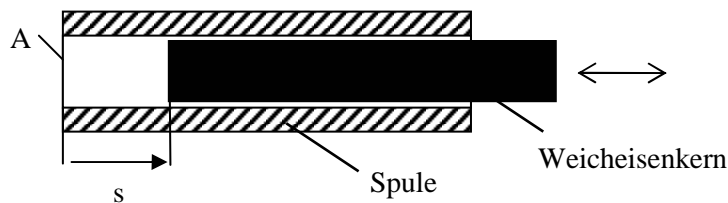
1P

Um zu erkennen, wie die Messstreifen in der Brücke verschaltet werden, kann man sich die Welle als gewrongenes Handtuch vorstellen. Ein weiteres Verdrehen führt dazu, dass DMS 1 und 3 gedehnt und DMS 2 und 4 gestaucht werden. Das bedeutet, DMS 1 und 3 werden gleichsinnig ebenso wie DMS 2 und 4 beeinflusst. 1P

- c) Die gleichsinnig beeinflussten Elemente werden diagonal in einer Brücke Verschaltet. 1P

Sonderaufgabe 1: Induktiver Tauchanker-Aufnehmer

Folgendes Bild zeigt den prinzipiellen Aufbau eines Tauchanker-Aufnehmers:



Der magnetische Widerstand der Tauchkernspule ($N = 25$) ist

$$R_m = \frac{s_{Fe}}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A_{Fe}} + \frac{s_a}{\mu_0 \cdot A_a} + \frac{s}{\mu_0 \cdot A}, \text{ mit der Weglänge } s \text{ der magnetischen Feldlinien, der}$$

Permeabilitätszahlen μ_0 und μ_r , und der Querschnittsfläche A (Indizes: Fe: Weicheisen, a: außerhalb der Spule).

- (1P) Wie ist das Funktionsprinzip des Tauchanker-Aufnehmers? Wieso können die ersten beiden Terme vernachlässigt werden?
- (1P) Der Tauchanker einer Spule mit einem Durchmesser von 2,5 mm wird von $s = 10$ mm auf 11 mm herausgezogen. Wie groß ist die absolute und die relative Änderung der Induktivität der Spule?
- (1P) Wie groß ist die Empfindlichkeit der Spule im Arbeitspunkt ($s = 10$ mm)?

MUSTERLÖSUNG : Tauchanker-Aufnehmer

- Die Induktivität der Spule steigt mit dem Eindringen des Tauchkerns. Der magnetische Widerstand im Eisen ist wegen der hohen relativen Permeabilitätszahl vernachlässigbar, und der Anteil im Außenbereich wegen der großen Fläche A_a . 1P

$$L = \frac{\mu_0 \cdot A \cdot N^2}{s} \Rightarrow L_1 = \frac{1,256 \cdot 10^{-6} \frac{V \cdot s}{A \cdot m} \cdot \pi \cdot \left(\frac{2,5mm}{2}\right)^2 \cdot 625}{10mm} = 0,385 \mu H$$

$$b) \quad L_2 = \frac{1,256 \cdot 10^{-6} \frac{V \cdot s}{A \cdot m} \cdot \pi \cdot \left(\frac{2,5mm}{2}\right)^2 \cdot 625}{11mm} = 0,35 \mu H$$

$$\Delta L = |L_2 - L_1| = 0,035 \mu H$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta L}{L} = \frac{\left(\frac{1}{s_1} - \frac{1}{s_2}\right)}{\frac{1}{s_1}} = \frac{s_2 - s_1}{s_2} = \frac{1}{11} = 9\%$$

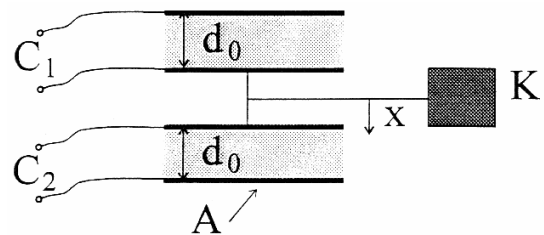
$$c) \quad S = \frac{dL}{ds} = -38,5 \mu H / mm$$

1P

1P

Sonderaufgabe 2: Kapazitive Längenmessung

Mit der skizzierten Anordnung soll die Position des Körpers K gemessen werden. Dabei wird davon ausgegangen, dass sich dieser Körper nur eindimensional in x-Richtung bewegen kann. Es kann weiterhin angenommen werden, dass die Platten der beiden Kondensatoren immer parallel bleiben, also bei der Verschiebung nicht verkippen. Die Dielektrizitätszahl des verwendeten Dielektrikums sei $\epsilon_r = 5$, der Abstand der Platten sei d_0 und die Fläche der Platten sei A.



- a) Geben Sie die Kapazitäten C_1 und C_2 als Funktion der Verschiebung an. Warum ist dieser Differentialkondensator besser als ein Aufbau mit nur einem Kondensator?

Hinweis: Betrachten Sie das Verhältnis $(C_1 - C_2) / (C_1 + C_2)$

- b) Um die Verschiebung x zu messen, sollen die beiden Kondensatoren so in einer Brücke verschaltet werden, dass die gemessene Brückenspannung $U_d(x)$ linear von der Länge x abhängt. Skizzieren Sie eine entsprechende Brückenschaltung und berechnen sie $U_d(x)$.
- c) Wie groß ist die Empfindlichkeit des oben skizzierten Längenmessers mit Brückenschaltung in Abhängigkeit von den angegebenen Größen?

Musterlösung:

- a) Aus der allgemeinen Formel für Plattenkondensatoren ergibt sich:

2x 0,5P

$$C_1 = (\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A) / (d_0 + x)$$

$$C_2 = (\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A) / (d_0 - x)$$

Im Vorgriff auf Teilaufgabe b) wird das Verhältnis der Kapazitäten betrachtet. Es ergibt sich ein linearer

Zusammenhang zwischen der Brückenspannung und der Wegänderung. 1P

Weiterhin kürzen sich die Permittivitäten und die Querschnittsflächen weg, so dass man unabhängig von Umgebungsänderungen oder Material zwischen den Platten wird. 1P

b) Brückenschaltung: $R_1=C_1$, $R_2=C_2$, $R_3=R$, $R_4=R$.

1P + Skizze : 1P

Es ergibt sich $u_D(x) = -u_0/2 \cdot x/d_0$

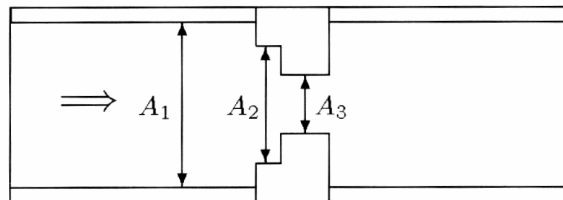
1P

c) $E = du_D/dx = -u_0/2d_0$

1P

Sonderaufgabe 3: Durchflussmessung

Zur Durchflussmessung wird die skizzierte Blende in eine Rohrleitung eingebracht. Gegeben ist die Rohrquerschnittsfläche A_1 und die Blendenflächen A_2 und A_3 . Das Medium ist Wasser, seine Dichte ρ ist bekannt. Direkt vor der Blende wird der Druck p_1 und direkt dahinter der Druck p_3 gemessen.



- Leiten Sie den Volumenfluss abhängig von p_1 , p_3 und weiteren Größen her.
- Wie groß ist der durch den Aufnehmer bedingte Druckverlust im Medium?
- Knapp vor dem Aufnehmer soll eine Armatur eingebaut werden. Welche Folgen hätte dies für die Messung.
- Aus konstruktiven Gründen muss der Aufnehmer für p_3 in einem größeren Abstand von der Blende angebracht werden. Wie ändert sich das Messergebnis qualitativ? Welche Druckaufnehmer sind für diesen Fall auszuwählen?
- Alternativ könnte ein Ultraschallaufnehmer eingesetzt werden. Welche Vor- bzw. Nachteile hat er gegenüber dem oben betrachteten Messprinzip?

MUSTERLÖSUNG zu Sonderaufgabe 4

- Bernoulli-Gleichung

$$p_1 + \frac{\rho \cdot v_1^2}{2} = p_3 + \frac{\rho \cdot v_3^2}{2}$$

$$\Rightarrow \Delta p = p_1 - p_3 = \frac{\rho}{2} \cdot (v_3^2 - v_1^2)$$

$$v_3^2 = \frac{2}{\rho} \cdot (p_1 - p_3) + v_1^2$$

Kontinuitätsgleichung

$$\begin{aligned}
 A_1 \cdot v_1 &= A_3 \cdot v_3 \\
 \Rightarrow v_1 &= \frac{A_3}{A_1} \cdot v_3 \\
 \Rightarrow v_3^2 &= \frac{2}{\rho} \cdot (p_1 - p_3) + \left(\frac{A_3}{A_1} \right)^2 \cdot v_3^2 \\
 \Rightarrow v_3 &= \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{A_3}{A_1} \right)^2}} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot (p_1 - p_3)}
 \end{aligned}$$

ergibt sich dann der Volumenstrom,

$$\begin{aligned}
 Q_V &= \frac{dV}{dt} = A \cdot v \\
 Q_V &= A_3 \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{A_3}{A_1} \right)^2}} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot (p_1 - p_3)}
 \end{aligned}$$

- b) Der Druckverlust beläuft sich auf $p_1 - p_3$.
 - c) Die Armatur verursacht eine Wirbelbildung welche die Einlaufstrecke des Sensors stört. Der Druck p_1 wird dadurch falsch gemessen.
 - d) Man erhält einen zusätzlichen Druckverlust zwischen Blende und Messstelle, daher wird ein zu kleiner p_3 -Wert gemessen, also ein zu großer Volumenstrom bestimmt. Man wählt zwei Absolutdruckaufnehmer aus, damit lange Schläuche (tote Säcke) in der Δp Messung vermieden werden.
 - e) Vorteile:
 - kein oder nur geringer bleibender Druckverlust
 - keine ρ -Bestimmung
- Nachteile:
- aufwändige Auswertung der Messergebnisse im Messsystem
 - Empfindlich gegen Verschmutzung und Luftblasen
 - teuer