

Федеральное Агентство по образованию РФ
Государственное образовательное учреждение
Высшего профессионального образования
Тверской государственный технический университет

Кафедра “Автомобильный транспорт”

Пояснительная записка
к курсовой работе
по дисциплине ”Экономико-математические модели
в управлении транспортом”
Вариант №44

Выполнил:
Специальность:
Обозначение работы:
Проверил:
Подпись:

Шепелёв Д.С.
190701-ОПУТ
КР-ОПУТ-0609-ДО
Багандов К.А.

Тверь, 2008 г.

Содержание:

Задание на курсовую работу.....	3 стр.
Часть 1.....	4 стр.
1. По модели транспортной сети определить кратчайшие расстояния между грузоотправителями (ГО) и грузополучателями (ГП).....	4 стр.
2. Оптимально закрепить ГП за ГО (минимизировать транспортную работу).....	19 стр.
2.1 Метод Хичкока (опорный план методом северо-западного угла).....	19 стр.
2.2 Метод Хичкока (опорный план методом Фогеля).....	26 стр.
2.3 Метод Моды (опорный план любым методом).....	28 стр.
Часть 2.....	36 стр.
Решения транспортной задачи с помощью MS Excel.....	39 стр.
Библиографический список.....	41 стр.

Задание на курсовую работу.

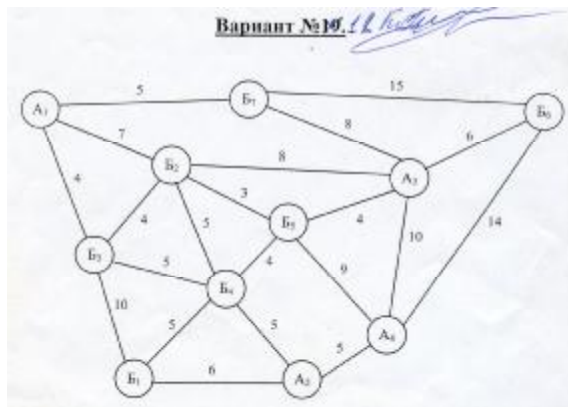
Часть 1

В городе N автотранспортное предприятие занимается перевозкой кирпича с заводов силикатного кирпича (A_n) на строительные площадки (B_n).

Потребности строительных площадок в кирпиче и возможности заводов по отгрузке приводятся в таблице.

Необходимо:

1. По модели транспортной сети определить кратчайшие расстояния между грузоотправителями (ГО) и грузополучателями (ГП).



2. Оптимально закрепить ГП за ГО (минимизировать транспортную работу) используя:

- Метод Хичкока (опорный план методом северо-западного угла);
- Метод Хичкока (опорный план методом Фогеля);
- Метод Моды (опорный план любым методом).

Таблица 1

A1	A2	A3	A4	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7
150	80	80	190	70	80	60	80	40	130	40

Часть 2

С товарного склада (A_1) необходимо доставить по предприятиям-грузополучателям ($A_2, A_3, A_4, B_1, \dots, B_7$) пакетированный груз (крепёж, $m_{\text{оп}} = 100 \text{ кг}$). Грузовместимость используемых автомобилей 1000 кг (10 пакетов).

Необходимо:

Используя модель транспортной сети и кратчайшие расстояния между вершинами транспортной сети (из **части 1**), сформировать по критерию минимума суммарного пробега систему развозочных маршрутов при доставке груза с товарного склада (вершина A_1) грузополучателям.

Потребности в грузе приводятся в таблице.

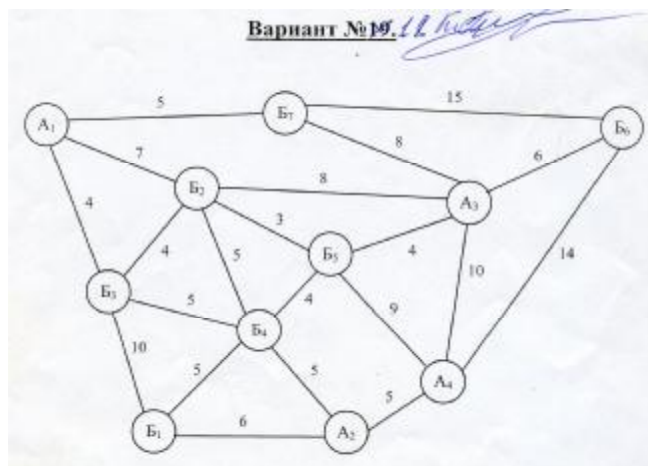
Таблица 2

A1	A2	A3	A4	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7
63	8	5	2	6	9	2	8	5	4	14

Часть 1

1. По модели транспортной сети определить кратчайшие расстояния между грузоотправителями (ГО) и грузополучателями (ГП).

1.1 Определяем кратчайшие расстояния от вершины A_1 до всех остальных вершин (пунктов) сети (рис.2) .



Шаг 1. Вершина, от которой требуется определить кратчайшие расстояния, называется начальной. Начальной вершине присваивается потенциал $v_{A1} = 0$.

Шаг 2. 1) Определяем звенья, для которых вершина A_1 является начальной.

На рис.1.-это звенья A_1B_7 , A_1B_2 , A_1B_3 . Вычисляются потенциалы конечных вершин этих звеньев:

$$v_{B7} = v_{A1} + c_{A1B7} = 0 + 5 = 5$$

$$v_{B2} = v_{A1} + c_{A1B2} = 0 + 7 = 7$$

$$v_{B3} = v_{A1} + c_{A1B3} = 0 + 4 = 4$$

2) Выбирается наименьшее значение этих потенциалов: $v_{B3} = 4$

3) Звено A_1B_3 отмечается стрелкой. Вершине B_3 присваивается значение потенциала, равное 4.

Вновь повторяется шаг 2, но за начальную вершину принимается вершина B_3 потенциал которой определён. Теперь можно получить значения потенциалов для вершин B_2 , B_4 , B_1 :

$$v_{B2} = v_{B3} + c_{B3B2} = 4 + 4 = 8$$

$$v_{B4} = v_{B3} + c_{B3B4} = 4 + 5 = 9$$

$$v_{B1} = v_{B3} + c_{B3B1} = 4 + 10 = 14$$

Из всех полученных сейчас и на первом этапе расчёта значений потенциалов выбирается наименьшее - $v_{B7} = 5$. Это значение проставляется в квадрате у вершины B_7 . Звено A_1B_7 отмечается стрелкой. Теперь в качестве начальной вершины используется B_7 .

Она связана с вершинами B_6 и A_3 звеньями B_7B_6 и B_7A_3 . Определяем значения потенциалов для этих вершин:

$$v_{B6} = v_{B7} + c_{B7B6} = 5 + 15 = 20$$

$$v_{A3} = v_{B7} + c_{B7A3} = 5 + 8 = 13$$

Далее из всех полученных потенциалов опять выбирается наименьший - $v_{B2} = 7$. Теперь в качестве начальной вершины берём B_2 . Она связана с вершинами A_3, B_5, B_4 . Определяем значения потенциалов для этих вершин:

$$v_{A3} = v_{B2} + c_{B2A3} = 7 + 8 = 15$$

$$v_{B5} = v_{B2} + c_{B2B5} = 7 + 3 = 10$$

$$v_{B4} = v_{B2} + c_{B2B4} = 7 + 5 = 12$$

Из всех значений потенциалов выбираем наименьшее $v_{B4} = 9$. Это значение было найдено через вершину B_3 , а звено B_3B_4 отмечается стрелкой. Вершина B_4 связана с вершинами B_5, A_2 и B_1 . Определяем потенциалы этих вершин:

$$v_{B5} = v_{B4} + c_{B4B5} = 9 + 4 = 13$$

$$v_{A2} = v_{B4} + c_{B4A2} = 9 + 5 = 14$$

$$v_{B1} = v_{B4} + c_{B4B1} = 9 + 5 = 14$$

Снова из всех имеющихся значений потенциалов выбираем наименьшее - $v_{B5} = 10$. Звено B_2B_5 отмечается стрелкой. Теперь в качестве начальной вершине берём B_5 . Она связана с вершинами A_3 и A_4 , а также B_2 и B_4 , но потенциалы последних уже определены. Определим потенциалы A_3 и A_4 :

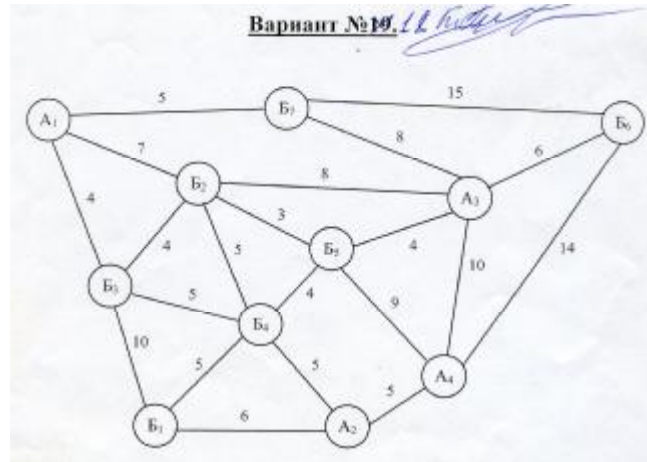
$$v_{A3} = v_{B5} + c_{B5A3} = 10 + 4 = 14$$

$$v_{A4} = v_{B5} + c_{B5A4} = 10 + 9 = 19$$

Опять выбираем наименьшее значение потенциалов $v_{A3} = 13$. Определяем значения вершины B_6 :

$$v_{B6} = v_{A3} + c_{A3B6} = 13 + 6 = 19$$

1.2 Определяем кратчайшие расстояния от вершины B_3 до всех остальных вершин (пунктов) сети (рис.3)



Шаг 1. Вершине B_3 , как начальной, присваивается потенциал $v_{B_3} = 0$

Шаг 2. 1) Определяем звенья, для которых вершина B_3 является начальной.

На рис.2 – это звенья $B_3A_1, B_3B_2, B_3B_4, B_3B_1$. Вычисляются потенциалы конечных вершин этих звеньев:

$$v_{A1} = v_{E3} + c_{E3A1} = 0 + 4 = 4$$

$$v_{E2} = v_{E3} + c_{E3E2} = 0 + 4 = 4$$

$$v_{E4} = v_{E3} + c_{E3E4} = 0 + 5 = 5$$

$$v_{E1} = v_{E3} + c_{E3E1} = 0 + 10 = 10$$

2) Выбираем наименьшее значение этих потенциалов - $v_{A1} = 4$.

3) Звено B_3A_1 отмечается стрелкой. Вершине A_1 присваивается значение потенциала, равное 4.

Вновь повторяем шаг 2, но за начальную вершину принимается вершина A_1 , потенциал которой определён. Теперь можно получить значения потенциалов B_7, B_2 :

$$v_{E7} = v_{A1} + c_{A1E7} = 4 + 5 = 9$$

$$v_{E2} = v_{A1} + c_{A1E2} = 4 + 7 = 11$$

Снова из всех полученных сейчас и на первом этапе расчёта значений потенциалов выбираем наименьшее - $v_{B_2} = 4$. Определяем потенциалы вершин A_3, B_5, B_4 с которыми связана вершина B_2 :

$$v_{A3} = v_{B2} + c_{B2A3} = 4 + 8 = 12$$

$$v_{B5} = v_{B2} + c_{B2B5} = 4 + 3 = 7$$

$$v_{E4} = v_{E2} + c_{E2E4} = 4 + 5 = 9$$

Опять из всех имеющихся потенциалов выбираем наименьшее - $v_{B4} = 5$.

Определяем потенциалы вершин B_1, A_2, B_5 :

$$v_{E1} = v_{E4} + c_{E4E1} = 5 + 5 = 10$$

$$v_{42} = v_{F4} + c_{F4,42} = 5 + 5 = 10$$

$$v_{E5} = v_{E4} + c_{E4E5} = 5 + 4 = 9$$

Для вершин A_3 и B_4 уже были определены потенциалы $v_{A_3} = 8$ и $v_{B_4} = 5$.

Далее выбираем наименьшее значение из всех имеющихся потенциалов $v_{B_3} = 4$.

Повторяем шаг 2 и за начальную вершину принимаем B_3 и определяем потенциалы вершин A_1 и B_1 :

$$v_{A_1} = v_{B_3} + c_{B_3A_1} = 4 + 4 = 8$$

$$v_{B_1} = v_{B_3} + c_{B_3B_1} = 4 + 10 = 14$$

В качестве начальной выбираем вершину B_4 с наименьшим потенциалом $v_{B_4} = 5$. Она связана с вершинами B_1 и A_2 звеньями B_4B_1 и B_4A_2 . Определяем значения потенциалов для этих вершин :

$$v_{B_1} = v_{B_4} + c_{B_4B_1} = 5 + 5 = 10$$

$$v_{A_2} = v_{B_4} + c_{B_4A_2} = 5 + 5 = 10$$

Снова из всех имеющихся потенциалов выбираем наименьший $v_{A_1} = 7$.

Звено B_2A_1 отмечается стрелкой. Вершине A_1 присваивается значение потенциала, равное 7. Определяем потенциал вершины B_7 :

$$v_{B_7} = v_{A_1} + c_{A_1B_7} = 7 + 5 = 12$$

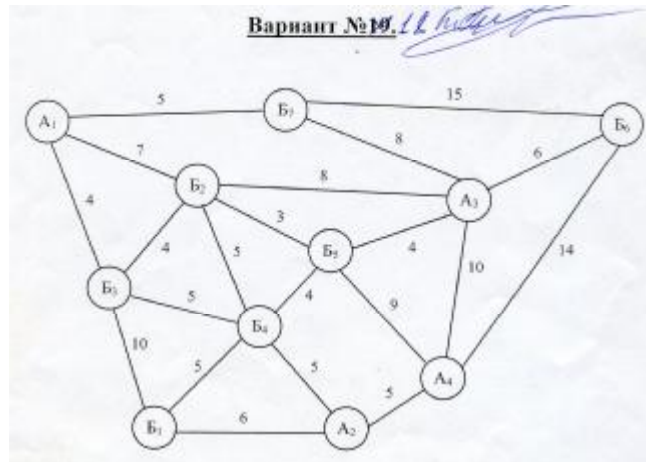
Опять из всех потенциалов выбираем наименьший $v_{A_3} = 7$. Повторяем шаг 2 и за начальную вершину берём A_3 и определяем потенциалы вершин B_7 , B_6 и A_4 :

$$v_{B_7} = v_{A_3} + c_{A_3B_7} = 7 + 8 = 15$$

$$v_{B_6} = v_{A_3} + c_{A_3B_6} = 7 + 6 = 13$$

$$v_{A_4} = v_{A_3} + c_{A_3A_4} = 7 + 10 = 17$$

1.4 Определяем кратчайшие расстояния от вершины B_7 до всех остальных вершин (пунктов) сети (рис.5)



Шаг 1. Начальной вершине B_7 присваиваем нулевой потенциал $v_{B_7} = 0$.

Шаг 2 1) Определяем звенья, для которых вершина B_7 является начальной.

На рис.4 – это звенья B_7A_1, B_7A_3, B_7B_6 . Вычисляем потенциалы для конечных вершин этих звеньев:

$$v_{A_1} = v_{B_7} + c_{B_7A_1} = 0 + 5 = 5$$

$$v_{A_3} = v_{B_7} + c_{B_7A_3} = 0 + 8 = 8$$

$$v_{B_6} = v_{B_7} + c_{B_7B_6} = 0 + 15 = 15$$

2) Выбирается наименьшее значение этих потенциалов - $v_{A_1} = 5$.

3) Звено B_7A_1 отмечается стрелкой. Вершине A_1 присваивается значение потенциала, равное 5. Потенциалы проставляются в квадратах около соответствующих вершин.

Вновь повторяем шаг 2, но за начальную вершину принимаем A_1 , потенциал которой определён. Теперь можно определить потенциалы вершин, соседних с A_1 . Это вершины B_2 и B_3 :

$$v_{B_2} = v_{A_1} + c_{A_1B_2} = 5 + 7 = 12$$

$$v_{B_3} = v_{A_1} + c_{A_1B_3} = 5 + 4 = 9$$

Из всех полученных сейчас и на первом этапе потенциалов выбираем наименьшее - $v_{A_3} = 8$. Это значение проставляется в квадрате у вершины A_3 .

Звено B_7A_3 отмечается стрелкой. Теперь в качестве начальной вершины используется A_3 . Она связана с вершинами B_2, B_5, A_4 и B_6 . Определяем потенциалы этих вершин:

$$v_{B_2} = v_{A_3} + c_{A_3B_2} = 8 + 8 = 16$$

$$v_{B_5} = v_{A_3} + c_{A_3B_5} = 8 + 4 = 12$$

$$v_{A_4} = v_{A_3} + c_{A_3A_4} = 8 + 10 = 18$$

$$v_{B_6} = v_{A_3} + c_{A_3B_6} = 8 + 6 = 14$$

Снова из всех имеющихся потенциалов выбираем наименьший - $v_{B_3} = 9$.

Определяем потенциалы вершин B_2, B_4 и B_1 , соседних с B_3 :

$$v_{B2} = v_{B3} + c_{B3B2} = 9 + 4 = 13$$

$$v_{B4} = v_{B3} + c_{B3B4} = 9 + 5 = 14$$

$$v_{B1} = v_{B3} + c_{B3B1} = 9 + 10 = 19$$

Далее из всех полученных потенциалов выбираем наименьший - $v_{B2} = 12$.

Вычисляем потенциалы вершин B_4 и B_5 , соседних с B_2 :

$$v_{B4} = v_{B2} + c_{B2B4} = 12 + 5 = 17$$

$$v_{B5} = v_{B2} + c_{B2B5} = 12 + 3 = 15$$

Снова из всех потенциалов выбираем наименьший - $v_{B5} = 12$. И определяем потенциалы вершин B_4 и A_4 :

$$v_{B4} = v_{B5} + c_{B5B4} = 12 + 4 = 16$$

$$v_{A4} = v_{B5} + c_{B5A4} = 12 + 9 = 21$$

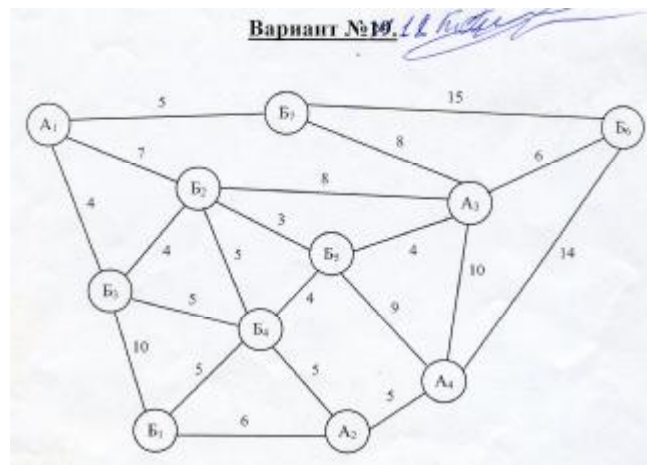
Опять из всех определённых потенциалов выбираем наименьший - $v_{B4} = 14$.

Теперь в качестве начальной используется вершина B_4 . Звено B_3B_4 отмечается стрелкой. Определяем потенциалы вершин B_1 и A_2 :

$$v_{B1} = v_{B4} + c_{B4B1} = 14 + 5 = 19$$

$$v_{A2} = v_{B4} + c_{B4A2} = 14 + 5 = 19$$

1.5 Определяем кратчайшие расстояния от вершины B_1 до всех остальных вершин (пунктов) сети (рис.6)



Шаг 1. Начальной вершине B_1 присваивается нулевой потенциал - $v_{B1} = 0$

Шаг 2. 1) Определяем звенья, для которых вершина B_1 является начальной - B_1B_3, B_1B_4, B_1A_2 и вычисляем потенциалы конечных вершин этих звеньев:

$$v_{B3} = v_{B1} + c_{B1B3} = 0 + 10 = 10$$

$$v_{B4} = v_{B1} + c_{B1B4} = 0 + 5 = 5$$

$$v_{A2} = v_{B1} + c_{B1A2} = 0 + 6 = 6$$

2) Выбирается наименьшее значение этих потенциалов - $v_{B4} = 5$

3) Звено B_1B_4 отмечается стрелкой. Вершине B_4 присваивается значение потенциала, равное 5.

Вновь повторяем шаг 2, но за начальную вершину принимаем B_4 , потенциал которой определён. Теперь можно получить потенциалы для вершин B_3, B_2, B_5 и A_2 :

$$v_{B3} = v_{B4} + c_{B4B3} = 5 + 5 = 10$$

$$v_{B2} = v_{B4} + c_{B4B2} = 5 + 5 = 10$$

$$v_{B5} = v_{B4} + c_{B4B5} = 5 + 4 = 9$$

$$v_{A2} = v_{B4} + c_{B4A2} = 5 + 5 = 10$$

Из всех полученных на первом этапе и сейчас выбираем наименьшее - $v_{A2} = 6$. Теперь в качестве начальной вершины берём A_2 . Она связана с вершинами B_4 и A_4 звеньями A_2B_4 и A_2A_4 , но потенциал вершины уже определён $v_{B4} = 5$.

Вычисляем потенциал вершины A_4 :

$$v_{A4} = v_{A2} + c_{A2A4} = 6 + 5 = 11$$

Опять выбираем наименьшее значение потенциала из всех имеющихся - $v_{B5} = 9$. Вершина B_5 связана с B_2, A_3 и A_4 . Вычисляем значение потенциалов этих вершин:

$$v_{B2} = v_{B5} + c_{B5B2} = 9 + 3 = 12$$

$$v_{A3} = v_{B5} + c_{B5A3} = 9 + 4 = 13$$

$$v_{A4} = v_{B5} + c_{B5A4} = 9 + 9 = 18$$

Далее из всех полученных потенциалах выбираем наименьший - $v_{B2} = 10$.

Звено B_4B_2 отмечается стрелкой. Вершине B_2 присваивается значение потенциала, равное 10.

Вновь повторяем шаг 2, но за начальную вершину принимаем B_2 , потенциал которой определён. Теперь вычисляем потенциалы вершин A_1, A_3 и B_5 :

$$v_{A1} = v_{B2} + c_{B2A1} = 10 + 7 = 17$$

$$v_{A3} = v_{B2} + c_{B2A3} = 10 + 8 = 18$$

$$v_{B5} = v_{B2} + c_{B2B5} = 10 + 3 = 13$$

Снова выбираем наименьший потенциал - $v_{B3} = 10$. Звенья B_1B_3 и B_4B_3 отмечаются стрелками. Вычисляем потенциалы вершин A_1 и B_2 :

$$v_{A1} = v_{B3} + c_{B3A1} = 10 + 4 = 14$$

$$v_{B2} = v_{B3} + c_{B3B2} = 10 + 4 = 14$$

Выбираем наименьший потенциал из всех имеющихся - $v_{B4} = 11$. Звено A_2A_4 отмечается стрелкой. И вычисляем потенциал вершины B_6 :

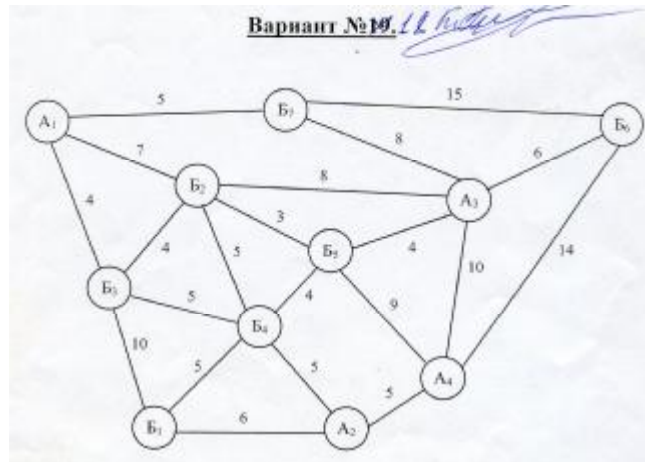
$$v_{B6} = v_{A4} + c_{A4B6} = 11 + 14 = 25$$

Опять выбираем наименьшее значение из всех ранее определённых потенциалов - $v_{A3} = 13$. Теперь можно определить потенциалы вершин B_7 и B_6 :

$$v_{B6} = v_{A3} + c_{A3B6} = 13 + 6 = 19$$

$$v_{B7} = v_{A3} + c_{A3B7} = 13 + 8 = 21$$

1.6 Определяем кратчайшие расстояния от вершины B_4 до всех остальных вершин (пунктов) сети (рис.7)



Шаг 1. Принимается $v_{B4} = 0$

Шаг 2. 1) Определяем звенья, для которых вершина B_4 является начальной.

На рис.6 – это звенья $B_4B_2, B_4B_5, B_4A_2, B_4B_1, B_4B_3$. Вычисляем потенциалы конечных вершин этих звеньев:

$$v_{B2} = v_{B4} + c_{B4B2} = 0 + 5 = 5$$

$$v_{B5} = v_{B4} + c_{B4B5} = 0 + 4 = 4$$

$$v_{A2} = v_{B4} + c_{B4A2} = 0 + 5 = 5$$

$$v_{B1} = v_{B4} + c_{B4B1} = 0 + 5 = 5$$

$$v_{B3} = v_{B4} + c_{B4B3} = 0 + 5 = 5$$

2) Выбираем наименьшее значение этих потенциалов - $v_{B5} = 4$.

3) Звено B_4B_5 отмечается стрелкой. Вершине B_5 присваивается значение потенциала, равное 4.

Вновь повторяем шаг 2, но за начальную вершину принимается вершина B_5 , потенциал которой определён. Теперь можно получить значения потенциалов для вершин B_2, A_3 и A_4 :

$$v_{B2} = v_{B5} + c_{B5B2} = 4 + 3 = 7$$

$$v_{A3} = v_{B5} + c_{B5A3} = 4 + 4 = 8$$

$$v_{A4} = v_{B5} + c_{B5A4} = 4 + 9 = 13$$

Из всех полученных сейчас и на первом этапе выбираем наименьшее значение потенциала - $v_{B1} = 5$. Определяем потенциалы вершин B_3 и A_2 :

$$v_{B3} = v_{B1} + c_{B1B3} = 5 + 10 = 15$$

$$v_{A2} = v_{B1} + c_{B1A2} = 5 + 6 = 11$$

Снова выбираем наименьший потенциал - $v_{B3} = 5$ и вычисляем потенциалы вершин A_1 и B_2 :

$$v_{A1} = v_{B3} + c_{B3A1} = 5 + 4 = 9$$

$$v_{B2} = v_{B3} + c_{B3B2} = 5 + 4 = 9$$

Опять из всех значений потенциалов выбираем наименьшее - $v_{B2} = 5$.

Вычисляем потенциалы вершин, соседних с B_2 - A_1 и A_3 :

$$v_{A1} = v_{B2} + c_{B2A1} = 5 + 7 = 12$$

$$v_{A3} = v_{B2} + c_{B2A3} = 5 + 8 = 13$$

Опять выбираем наименьшее значение из всех потенциалов - $v_{A2} = 5$. Звено B_4A_2 отмечаем стрелкой. Вершине A_2 присваивается значение потенциала, равное 5. Теперь можно вычислить значение потенциала для вершины A_4 :

$$v_{A4} = v_{A2} + c_{A2A4} = 5 + 5 = 10$$

Снова выбираем наименьшее значение потенциала - $v_{A3} = 8$. Вычисляем потенциалы вершин B_7 и B_6 :

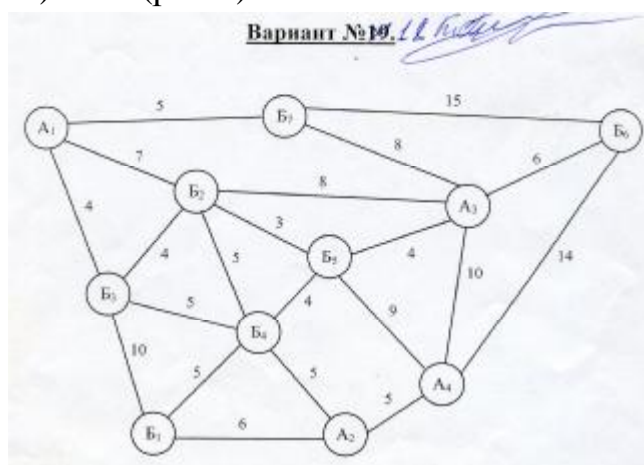
$$v_{B7} = v_{A3} + c_{A3B7} = 8 + 8 = 16$$

$$v_{B6} = v_{A3} + c_{A3B6} = 8 + 6 = 14$$

Опять выбираем наименьшее значение потенциала - $v_{A1} = 9$. И вычисляем значение потенциала для вершины B_7 :

$$v_{B7} = v_{A1} + c_{A1B7} = 9 + 5 = 14$$

1.7 Определяем кратчайшие расстояния от вершины B_5 до всех остальных вершин (пунктов) сети (рис.8)



Шаг 1. Принимаем $v_{B5} = 0$

Шаг 2. 1) Определяем звенья, для которых вершина B_5 является начальной. На рис.7 – это B_5B_2 , B_5A_3 , B_5B_4 и B_5B_4 . Вычисляем потенциалы конечных вершин этих звеньев:

$$v_{B2} = v_{B5} + c_{B5B2} = 0 + 3 = 3$$

$$v_{A3} = v_{B5} + c_{B5A3} = 0 + 4 = 4$$

$$v_{A4} = v_{B5} + c_{B5A4} = 0 + 9 = 9$$

$$v_{B4} = v_{B5} + c_{B5B4} = 0 + 4 = 4$$

2) Выбираем наименьшее значение этих потенциалов - $v_{B2} = 3$

3) Звено B_5B_2 отмечается стрелкой. Вершине B_2 присваивается значение, равное 3. Потенциалы проставляются в квадратах около соответствующих вершин.

Вновь повторяется шаг 2, но за начальную вершину принимается вершина B_2 , потенциал которой определён. Теперь можно получить значения потенциалов вершин смежных с ней - A_1, A_3, B_4 и B_3 :

$$\begin{aligned}v_{A_1} &= v_{B_2} + c_{B_2A_1} = 3 + 7 = 10 \\v_{A_3} &= v_{B_2} + c_{B_2A_3} = 3 + 8 = 11 \\v_{B_4} &= v_{B_2} + c_{B_2B_4} = 3 + 5 = 8 \\v_{B_3} &= v_{B_2} + c_{B_2B_3} = 3 + 4 = 7\end{aligned}$$

Из всех полученных сейчас и на первом этапе выбираем наименьший потенциал - $v_{A_3} = 4$. Теперь в качестве начальной вершины используем A_3 и определяем потенциалы вершин B_7, B_6 и A_4 :

$$\begin{aligned}v_{B_7} &= v_{A_3} + c_{A_3B_7} = 4 + 8 = 12 \\v_{B_6} &= v_{A_3} + c_{A_3B_6} = 4 + 6 = 10 \\v_{A_4} &= v_{A_3} + c_{A_3A_4} = 4 + 10 = 14\end{aligned}$$

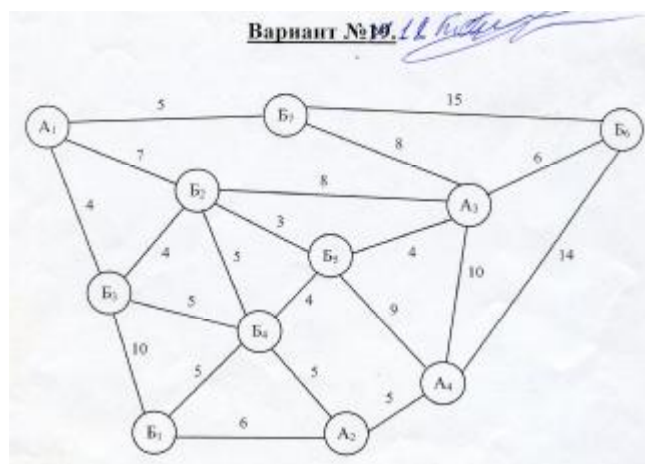
Далее из всех значений потенциалов выбираем наименьшее - $v_{B_4} = 4$. И вычисляем значение потенциалов вершин A_2, B_1 и B_3 :

$$\begin{aligned}v_{A_2} &= v_{B_4} + c_{B_4A_2} = 4 + 5 = 9 \\v_{B_1} &= v_{B_4} + c_{B_4B_1} = 4 + 5 = 9 \\v_{B_3} &= v_{B_4} + c_{B_4B_3} = 4 + 5 = 9\end{aligned}$$

Опять выбираем наименьшее значение - $v_{B_3} = 7$. Вычисляем потенциалы вершин A_1 и B_1 :

$$\begin{aligned}v_{A_1} &= v_{B_3} + c_{B_3A_1} = 7 + 4 = 11 \\v_{B_1} &= v_{B_3} + c_{B_3B_1} = 7 + 10 = 17\end{aligned}$$

1.8 Определяем кратчайшие расстояния от вершины A_3 до всех остальных вершин (пунктов) сети (рис.9)



Шаг 1. Принимается $v_{A_3} = 0$

Шаг 2. Определяем звенья, для которых A_3 является начальной - B_7, B_6, A_4, B_5 и B_2 . Вычисляем значения потенциалов конечных вершин этих звеньев:

$$v_{A3} = v_{B6} + c_{B6A3} = 0 + 6 = 6$$

$$v_{A4} = v_{B6} + c_{B6A4} = 0 + 14 = 14$$

2) Выбираем наименьшее значение потенциалов - $v_{A3} = 6$.

Повторяем шаг 2 и в качестве начальной вершины берём v_{B3} и определяем значение потенциалов вершин B_7, B_2, B_5 и A_4 :

$$v_{B7} = v_{A3} + c_{A3B7} = 6 + 8 = 14$$

$$v_{B2} = v_{A3} + c_{A3B2} = 6 + 8 = 14$$

$$v_{B5} = v_{A3} + c_{A3B5} = 6 + 4 = 10$$

$$v_{A4} = v_{A3} + c_{A3A4} = 6 + 10 = 16$$

Выбираем наименьшее значение из полученных сейчас и на предыдущих этапах - $v_{B5} = 10$ и вычисляем значение потенциалов вершин B_2 и B_4 :

$$v_{B2} = v_{B5} + c_{B5B2} = 10 + 3 = 13$$

$$v_{B4} = v_{B5} + c_{B5B4} = 10 + 4 = 14$$

Снова выбираем наименьшее значение - $v_{B2} = 13$ и вычисляем значения вершин A_1 и B_3 :

$$v_{A1} = v_{B2} + c_{B2A1} = 13 + 7 = 20$$

$$v_{B3} = v_{B2} + c_{B2B3} = 13 + 4 = 17$$

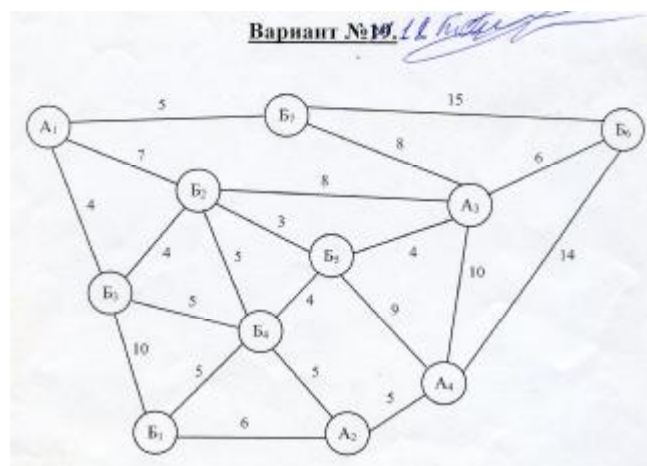
Снова выбираем минимальное значение из всех потенциалов - $v_{B4} = 14$ и вычисляем значение потенциалов B_3, B_1 и A_2 :

$$v_{B3} = v_{B4} + c_{B4B3} = 14 + 5 = 19$$

$$v_{B1} = v_{B4} + c_{B4B1} = 14 + 5 = 19$$

$$v_{A2} = v_{B4} + c_{B4A2} = 14 + 5 = 19$$

1.10 Определяем кратчайшие расстояния от вершины A_2 до всех остальных вершин (пунктов) сети (рис.11)



Шаг 1 Принимаем $v_{A2} = 0$

Шаг 2 1) Определяем потенциалы вершин соседних с A_2 - B_1, B_4 и A_4 :

$$v_{B1} = v_{A2} + c_{A2B1} = 0 + 6 = 6$$

$$v_{B4} = v_{A2} + c_{A2B4} = 0 + 5 = 5$$

$$v_{A4} = v_{A2} + c_{A2A4} = 0 + 5 = 5$$

2) Выбираем наименьшее значение этих потенциалов - $v_{A4} = 5$

Повторяем шаг 2 и за начальную вершину берём A_4 и вычисляем потенциалы вершин B_5, A_3 и B_6 :

$$v_{B5} = v_{A4} + c_{A4B5} = 5 + 9 = 14$$

$$v_{A3} = v_{A4} + c_{A4A3} = 5 + 10 = 15$$

$$v_{B6} = v_{A4} + c_{A4B6} = 5 + 14 = 19$$

Из всех имеющихся выбираем наименьший потенциал - $v_{B4} = 5$ и вычисляем потенциалы вершин - B_3, B_2 и B_5 :

$$v_{B3} = v_{B4} + c_{B4B3} = 5 + 5 = 10$$

$$v_{B2} = v_{B4} + c_{B4B2} = 5 + 5 = 10$$

$$v_{B5} = v_{B4} + c_{B4B5} = 5 + 4 = 9$$

Опять выбираем наименьшее значение - $v_{B1} = 6$ и определяем значение потенциала вершины B_3 :

$$v_{B3} = v_{B1} + c_{B1B3} = 6 + 10 = 16$$

Выбираем наименьшее значение потенциалов - $v_{B5} = 9$ и определяем значение потенциалов B_2 и A_3 :

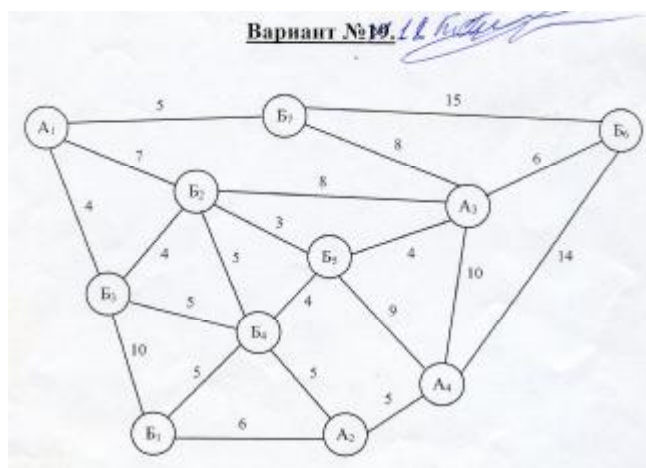
$$v_{B2} = v_{B5} + c_{B5B2} = 9 + 3 = 12$$

$$v_{A3} = v_{B5} + c_{B5A3} = 9 + 4 = 13$$

Снова выбираем минимальное значение - $v_{B3} = 10$ и вычисляем значение потенциала вершины A_1 :

$$v_{A1} = v_{B3} + c_{B3A1} = 10 + 4 = 14$$

1.11 Определяем кратчайшие расстояния от вершины A_4 до всех остальных вершин (пунктов) сети (рис.12)



Шаг 1 Принимаем $v_{A4} = 0$

Шаг 2 1) Определяем потенциалы вершин смежных с A_4 - A_2, B_5, A_3 и B_6 :

$$v_{A2} = v_{A4} + c_{A4A2} = 0 + 5 = 5$$

$$v_{B5} = v_{A4} + c_{A4B5} = 0 + 9 = 9$$

$$v_{A3} = v_{A4} + c_{A4A3} = 0 + 10 = 10$$

$$v_{B6} = v_{A4} + c_{A4B6} = 0 + 14 = 14$$

Выбираем наименьшее значение потенциалов - $v_{A2} = 5$ и определяем значение потенциалов вершин B_1 и B_4 :

$$v_{B1} = v_{A2} + c_{A2B1} = 5 + 6 = 11$$

$$v_{B4} = v_{A2} + c_{A2B4} = 5 + 5 = 10$$

Выбираем снова наименьшее значение - $v_{B5} = 9$ и вычисляем потенциалы вершин B_4, B_2 и A_3 :

$$v_{B4} = v_{B5} + c_{B5B4} = 9 + 4 = 13$$

$$v_{B2} = v_{B5} + c_{B5B2} = 9 + 3 = 12$$

$$v_{A3} = v_{B5} + c_{B5A3} = 9 + 4 = 13$$

По результату проведенных расчётов строим матрицу кратчайших расстояний между пунктами транспортной сети (таблица 3).

Таблица 3

	A1	A2	A3	A4	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7
A1	-	14	13	19	14	7	4	9	10	19	5
A2	14	-	13	5	6	10	10	5	9	19	19
A3	13	13	-	10	13	7	11	8	4	6	8
A4	19	5	10	-	11	12	15	10	9	14	18
B1	14	6	13	11	-	10	10	5	9	19	19
B2	7	10	7	12	10	-	4	5	3	13	12
B3	4	10	11	15	10	4	-	5	7	17	9
B4	9	5	8	10	5	5	5	-	4	14	14
B5	10	9	4	9	9	3	7	4	-	10	12
B6	19	19	6	14	19	13	17	14	10	-	14
B7	5	19	8	18	19	12	9	14	12	14	-

2. Оптимально закрепить ГП за ГО (минимизировать транспортную работу).

2.1 Оптимально закрепить, ГП за ГО используя метод Хичкока (опорный план методом северо-западного угла).

2.1.1 Опорный план методом северо-западного угла.

Таблица 4

ГО	ГП							Вывоз , т
	Б1	Б2	Б3	Б4	Б5	Б6	Б7	
А1	14 70	7 80	4	9	10	19	5	150
А2	6	10	10 60	5 20	9	19	19	80
А3	13	7	11	8 60	4 20	6	8	80
А4	11	12	15	10	9 20	14 130	18 40	190
Ввоз, т	70	80	60	80	40	130	40	

Вычислим общую грузовую работу:

$$W=14*70+7*80+10*60+5*20+8*60+4*20+9*20+14*130+18*40=5520 \text{ т-км}$$

Однако нельзя сказать, является ли полученный вариант решения оптимальным или нет. Чтобы ответить на этот вопрос, необходимо выполнить следующие действия:

1. Во всех загруженных клетках получают нулевой потенциал.

Для этого по строкам и столбцам ко всем расстояниям, проставленным в верхних правых углах клеток, прибавляются такие числа (потенциалы), которые в сумме с расстояниями загруженных клеток дают нуль (нулевой потенциал).

Например, чтобы получить в загруженной клетке A_1B_1 нулевой потенциал, нужно ко всем расстояниям строки A_1 прибавить потенциал -14 ($14-14=0$).

В загруженной клетке A_1B_2 нулевой потенциал получится в том случае, если к ее расстоянию 7 и ранее прибавленному по строке A_1 потенциалу -14 прибавим по столбцу B_2 потенциал +7 ($7-14+7=0$).

2. Определяют потенциалы для всех свободных клеток, т.е. находят для каждой свободной клетке сумму указанного в ней расстояния с ранее полученными загруженными клетками потенциалами её строки и столбца.

При решении задачи на минимум оптимальный вариант получается в том случае, когда во всех загруженных клетках стоят нулевые потенциалы, а потенциалы всех свободных клеток являются положительными величинами.

Проверяем, чтобы количество загруженных клеток равнялось базису $n+m-1$. В данном случае количество загруженных клеток меньше, чем базис. В этом случае недостающее число клеток получается путём загрузки соответствующего количества свободных клеток нулями (табл.5).

Таблица 5

ГО	ГП							Вывоз, т
	Б1	Б2	Б3	Б4	Б5	Б6	Б7	
А1	14 70	7 80	4 60	9 20	10 40	19 130	5 40	150
А2	6 0	10 60	10 20	5 20	9 20	19 130	19 40	80
А3	13 60	7 20	11 20	8 60	4 20	6 130	8 40	80
А4	11 20	12 130	15 40	10 20	9 130	14 40	18 40	190
Ввоз, т	70	80	60	80	40	130	40	

2.1.2

Таблица 6

ГО	ГП							Вывоз, т
	Б1	Б2	Б3	Б4	Б5	Б6	Б7	
А1	14 10	7 80	4 60	9 20	10 40	19 130	5 40	150
А2	6 60	10 20	10 20	5 20	9 20	19 130	19 40	80
А3	13 60	7 20	11 20	8 60	4 20	6 130	8 40	80
А4	11 20	12 130	15 40	10 20	9 130	14 40	18 40	190
Ввоз, т	70	80	60	80	40	130	40	

Вычисляем транспортную работу:

$$W=14*10+7*80+4*60+6*60+5*20+8*60+4*20+9*20+14*130+18*40=4680\text{т-км}$$

В данном случае условие базиса соблюдено $n+m-1=10$. Решение неоптимально, так как в свободных клетках имеются отрицательные потенциалы.

Вычисляем потенциалы и строим контур для наиболее потенциально клетке (табл.7)

Таблица 7

ГО	ГП							Вывоз , т
	Б1	Б2	Б3	Б4	Б5	Б6	Б7	
A1	<div>14</div> 10	<div>7</div> 80	<div>4</div> 60	<div>9</div>	<div>10</div>	<div>19</div>	<div>5</div>	150
A2	<div>6</div> 60	<div>10</div>	<div>10</div>	<div>5</div> 20	<div>9</div>	<div>19</div>	<div>19</div>	80
A3	<div>13</div>	<div>7</div>	<div>11</div>	<div>8</div> 60	<div>4</div> 20	<div>6</div>	<div>8</div>	80
A4	<div>11</div>	<div>12</div>	<div>15</div>	<div>10</div>	<div>9</div> 20	<div>14</div> 130	<div>18</div> 40	190
Ввоз, т	70	80	60	80	40	130	40	

2.1.3

Таблица 8

ГО	ГП							Вывоз , т
	Б1	Б2	Б3	Б4	Б5	Б6	Б7	
A1	<div>14</div>	<div>7</div> 80	<div>4</div> 60	<div>9</div>	<div>10</div>	<div>19</div>	<div>5</div> 10	150
A2	<div>6</div> 70	<div>10</div>	<div>10</div>	<div>5</div> 10	<div>9</div>	<div>19</div>	<div>19</div>	80
A3	<div>13</div>	<div>7</div>	<div>11</div>	<div>8</div> 70	<div>4</div> 10	<div>6</div>	<div>8</div>	80
A4	<div>11</div>	<div>12</div>	<div>15</div>	<div>10</div>	<div>9</div> 30	<div>14</div> 130	<div>18</div> 30	190
Ввоз, т	70	80	60	80	40	130	40	

Вычисляем транспортную работу:

$$W=7*80+4*60+5*10+6*70+5*10+8*70+4*10+9*30+14*130+18*30=4550 \text{ т-км}$$

В данной таблице условие базиса соблюдено. . Решение неоптимально, так как в свободных клетках имеются отрицательные потенциалы . Для наиболее потенциальной клетки строим контур.

Таблица 9

ГО	ГП							Вывоз , т
	Б1	Б2	Б3	Б4	Б5	Б6	Б7	
А1	14	7	4	9	10	19	5	150
		80	60				10	
А2	6	10	10	5	9	19	19	80
	70			10				
А3	13	7	11	8	4	6	8	80
				70	10			
А4	11	12	15	10	9	14	18	190
					30	130	30	
Ввоз, т	70	80	60	80	40	130	40	

2.1.4

Таблица 10

ГО	ГП							Вывоз , т
	Б1	Б2	Б3	Б4	Б5	Б6	Б7	
А1	14	7	4	9	10	19	5	150
		70	60				20	
А2	6	10	10	5	9	19	19	80
	70			10				
А3	13	7	11	8	4	6	8	80
		10		70				
А4	11	12	15	10	9	14	18	190
					40	130	20	
Ввоз, т	70	80	60	80	40	130	40	

Вычисляем транспортную работу:

$$W=7*70+4*60+5*20+6*70+5*10+7*10+8*70+9*40+14*130+18*2=4470 \text{ т-км}$$

В данной таблице условие базиса соблюдено. . Решение неоптимально, так как в свободных клетках имеются отрицательные потенциалы .Для наиболее потенциальной клетки строим контур.

Таблица 11

ГО	ГП							Вывоз , т
	Б1	Б2	Б3	Б4	Б5	Б6	Б7	
А1	14	7	4	9	10	19	5	150
		70	60				20	
А2	6	10	10	5	9	19	19	80
	70			10				
А3	13	7	11	8	4	6	8	80
		10		70				
А4	11	12	15	10	9	14	18	190
					40	130	20	
Ввоз, т	70	80	60	80	40	130	40	

2.1.5

Таблица 12

ГО	ГП							Вывоз , т
	Б1	Б2	Б3	Б4	Б5	Б6	Б7	
А1	14	7	4	9	10	19	5	150
		50	60				40	
А2	6	10	10	5	9	19	19	80
	70			10				
А3	13	7	11	8	4	6	8	80
		30		50				
А4	11	12	15	10	9	14	18	190
				20	40	130		
Ввоз, т	70	80	60	80	40	130	40	

Вычисляем транспортную работу:

$$W=7*50+4*60+5*40+6*70+5*10+7*30+6*50+10*20+9*40+14*130=4250 \text{ т-км}$$

В данной таблице условие базиса соблюдено. . Решение неоптимально, так как в свободных клетках имеются отрицательные потенциалы . Для наиболее потенциальной клетки строим контур.

Таблица 13

ГО	ГП							Вывоз , т
	Б1	Б2	Б3	Б4	Б5	Б6	Б7	
А1	14	7	4	9	10	19	5	150
		50	60				40	
А2	6	10	10	5	9	19	19	80
	70			10				
А3	13	7	11	8	4	6	8	80
		30		50				
А4	11	12	15	10	9	14	18	190
				20	40	130		
Ввоз, т	70	80	60	80	40	130	40	

2.1.6

Таблица 14

ГО	ГП							Вывоз , т
	Б1	Б2	Б3	Б4	Б5	Б6	Б7	
А1	14	7	4	9	10	19	5	150
		50	60				40	
А2	6	10	10	5	9	19	19	80
	70			10				
А3	13	7	11	8	4	6	8	80
		30				50		
А4	11	12	15	10	9	14	18	190
				70	40	80		
Ввоз, т	70	80	60	80	40	130	40	

Вычисляем транспортную работу:

$$W=7*50+4*60+5*40+6*70+5*10+7*30+6*50+10*70+9*40+14*80=3950 \text{ т-км}$$

В данной таблице условие базиса соблюдено. Решение неоптимально, так как в свободных клетках имеются отрицательные потенциалы. Для наиболее потенциальной клетки стоим контур.

Таблица 15

ГО	ГП							Вывоз , т
	Б1	Б2	Б3	Б4	Б5	Б6	Б7	
А1	14	7	4	9	10	19	5	150
		50	60				40	
А2	6	10	10	5	9	19	19	80
	70			10				
А3	13	7	11	8	4	6	8	80
		30				50		
А4	11	12	15	10	9	14	18	190
				70	40	80		
Ввоз, т	70	80	60	80	40	130	40	

2.1.7

Таблица 16

ГО	ГП							Вывоз , т
	Б1	Б2	Б3	Б4	Б5	Б6	Б7	
А1	14	7	4	9	10	19	5	150
		50	60				40	
А2	6	10	10	5	9	19	19	80
	70			10				
А3	13	7	11	8	4	6	8	80
						80		
А4	11	12	15	10	9	14	18	190
		30		70	40	50		
Ввоз, т	70	80	60	80	40	130	40	

Вычисляем транспортную работу:

$$W=7*50+4*60+5*40+6*70+5*10+6*80+12*30+10*70+9*40+14*50=3860 \text{ т-км}$$

Данный вариант решения является оптимальным, поскольку потенциалы свободных клеток положительные числа.

2.2 Оптимально закрепить ГП за ГО, используя метод Хичкока (опорный план методом Фогеля).

Разница между двумя наименьшими значениями расстояний каждой строки записываются в столбце разностей, а разница по столбцам – в строке разностей.

Из всех разниц, полученных по строчкам и столбцам, выбирается наибольшая. Клетка с наименьшим расстоянием (при решении задачи на минимум), расположенная в столбце или строке, имеющей наибольшую разницу, загружается максимально возможным количеством груза.

Таблица 17

ГО	ГП								Вывоз,т	Столбец разностей						
	Б1		Б2		Б3		Б4				Б5		Б6		Б7	
A1	14		7		4		9		+ 10		+ 19		+ 5		150	5-4=1 7-4=3 9-4=5 7-5=2
			50		60								40			
A2	6		10		+ 10		5		+ 9		+ 19		+ 19		80	6-5=1 9-5=4 10-5=5 9-6=3
							8 0									
A3	+ 13		+ 7		+ 11		+ 8		+ 4		6		+ 8		80	6-4=2
											80					
A4	11		12		+ 15		10		9		14		+ 18		190	10-9=1 11-9=2 12-9=3 11-10=1
	70		30						40		50					
Ввоз, т	70		80		60		80		40		130		40		500	
Строка разностей	11-6=5 13-6=7 14-6=8 13-11=2 14-11=3		7-7=0 10-7=3 12-7=5 12-10=2 12-10=2		10-4=6 11-4=7 15-4=11		8-5=3 9-5=4 10-5=5 9-8=1		9-4=5 10-4=6 10-4=6 10-4=6		14-6=8 19-6=13		8-5=3 18-5=13			

Полученный по методу аппроксимации Фогеля вариант решения проверяется на оптимальность методом Хичкока. Проверяем, чтобы количество загруженных клеток равнялось базису $n+m-1$.

В данном случае количество загруженных клеток менее, чем базис. В этом случае недостающее число клеток получается путём загрузки соответствующего количества свободных клеток нулями.

Таблица 18

ГО	ГП							Вывоз, т
	Б1	Б2	Б3	Б4	Б5	Б6	Б7	
А1	14	7	4	9	10	19	5	150
	50	60					40	
А2	6	10	10	5	9	19	19	80
			80					
А3	13	7	11	8	4	6	8	80
					80			
А4	11	12	15	10	9	14	18	190
	70+	30			40	50		
Ввоз, т	70	80	60	80	40	130	40	

Данный вариант решения является оптимальным, поскольку потенциалы свободных клеток положительные числа.

Вычислим транспортную работу:

$$W=7*50+4*60+5*40+5*80+6*0+6*80+11*70+12*30+9*40+14*50=3860 \text{ т-км}$$

2.3. Оптимизацию проводим при помощи метода МОДИ (опорный план любым методом).

2.3.1 Первое распределение груза производится по диагональному методу. Распределение груза по потребителям производится, начиная с грузоотправителя A_1 и грузополучателя B_1 , т.е. с клетки A_1B_1 . Потребность в грузе потребителя B_1 удовлетворяется полностью грузоотправителем A_1 . В клетку A_1B_1 табл.1 записывается весь объём потребления грузополучателя B_1 – 70 т. Оставшийся в точке A_1 груз в количестве 80 т будет вывозиться потребителю B_2 и удовлетворять его потребность полностью. Следующей загружается клетка A_2B_3 и её потребность в грузе удовлетворяется полностью в размере 60 т. Оставшийся в точке A_2 груз в количестве 20 т будет перевозиться в B_4 . Но потребителю B_4 нужно завести не 20, а 80 т груза. Недостающие 60 т груза можно возить от грузоотправителя A_3 . Оставшиеся у грузоотправителя A_3 20 т груза можно вывести в точку B_5 и т.д. Рассуждая, таким образом, распределим весь груз по потребителям.

Таблица 19

ГО	ГП								Вывоз , т						
	Б1		Б2		Б3		Б4			Б5		Б6		Б7	
A1	14		7		4		9		10		19		5		150
	70		80												
A2	6		10		10		5		9		19		19		80
					60		20								
A3	13		7		11		8		4		6		8		80
							60		20						
A4	11		12		15		10		9		14		18		190
									20		130		40		
Вв03, т	70		80		60		80		40		130		40		

Полученное таким способом закрепление потребителей груза за грузоотправителями является одним из возможных решений задачи.

Вычислим общую транспортную работу:

$$W=17*70+7*80+10*60+5*20+8*60+4*20+9*20+14*130+18*40=5520 \text{ т-км}$$

Однако нельзя сказать, является ли полученный вариант решения оптимальным или нет. Для оценки оптимальности решения подбираются потенциалы следующим путём.

Потенциал для первой строки таблицы берётся равным нулю. Затем по расстояниям загруженных клеток подбираются потенциалы для других строчек и столбцов таблицы так, чтобы расстояние каждой загруженной

клетки равнялось сумме потенциалов строки и столбца, в которых находится данная клетка.

Количество загруженных клеток всегда должно равняться величине базиса, который будет равен $n + m - 1$ (n-число строк таблицы; m - число столбцов).

В нашем примере это условие не соблюдено: $4 + 7 - 1 = 10$

Чтобы устранить это препятствие, недостающее количество клеток загружают нулями.

Загружать нулями следует те клетки, которые лежат на пересечение строк или столбцов, не имеющих потенциалов, со столбцами или строками, для которых потенциалы уже определены. При этом наиболее целесообразно выбрать из этих клеток такие, в которых имеются наименьшие расстояния.

Клетки, загруженные нулями, рассматриваются как обычные загруженные клетки. В данном случае нулём загружаем клетку A_2B_1 (табл.20).

Таблица 20

ГО	ГП							Вывоз, т
	Б1	Б2	Б3	Б4	Б5	Б6	Б7	
А1	14 70	7 80	4	9	10	19	5	150
А2	6 0	10	10 60	5 20	9	19	19	80
А3	13	7	11	8 60	4 20	6	8	80
А4	11	12	15	10	9 20	14 130	18 40	190
Ввоз, т	70	80	60	80	40	130	40	

При решении задачи на минимум оптимальный вариант получается в том случае, когда в каждой свободной клетке сумма потенциалов не превышает указанного в ней расстояния.

Наиболее потенциальной клеткой является клетка, у которой имеется наибольшая разность между суммой потенциалов и расстоянием. В данном случае это клетка A_1B_3 . Её потенциал равен $14(18-4=14)$. Строим для неё контур(табл.20).

2.3.2

Таблица 21

ГО	ГП							Вывоз, т
	Б1	Б2	Б3	Б4	Б5	Б6	Б7	
А1	<div>14</div> 10	<div>7</div> 80	<div>4</div> 60	<div>9</div>	<div>10</div>	<div>19</div>	<div>5</div>	150
А2	<div>6</div> 60	<div>10</div>	<div>10</div>	<div>5</div> 20	<div>9</div>	<div>19</div>	<div>19</div>	80
А3	<div>13</div>	<div>7</div>	<div>11</div>	<div>8</div> 60	<div>4</div> 20	<div>6</div>	<div>8</div>	80
А4	<div>11</div>	<div>12</div>	<div>15</div>	<div>10</div>	<div>9</div> 20	<div>14</div> 130	<div>18</div> 40	190
Ввоз, т	70	80	60	80	40	130	40	

Полученный новый вариант закрепления потребителей за грузоотправителями является возможным решением задачи. Вычислим общую транспортную работу:

$$W=14*10+7*80+4*60+6*60+5*20+8*60+4*20+9*20+14*130+18*40=4680 \text{ т-км}$$

Это на 840 т-км меньше, чем получено в первом варианте решения. Величину сокращения грузооборота можно определить и как произведение количества груза, которое получила наиболее потенциальная клетка, на ее потенциал $[14*(-60)=-840 \text{ т-км}]$. Данный вариант решения неоптимален, поскольку в свободных клетках имеются потенциалы, значение которых больше расстояний этих клеток. Для наиболее потенциальной клетки строим контур.

Таблица 22

ГО	ГП							Вывоз, т
	Б1	Б2	Б3	Б4	Б5	Б6	Б7	
А1	<div>14</div> 10	<div>7</div> 80	<div>4</div> 60	<div>9</div>	<div>10</div>	<div>19</div>	<div>5</div>	150
А2	<div>6</div> 60	<div>10</div>	<div>10</div>	<div>5</div> 20	<div>9</div>	<div>19</div>	<div>19</div>	80
А3	<div>13</div>	<div>7</div>	<div>11</div>	<div>8</div> 60	<div>4</div> 20	<div>6</div>	<div>8</div>	80
А4	<div>11</div>	<div>12</div>	<div>15</div>	<div>10</div>	<div>9</div> 20	<div>14</div> 130	<div>18</div> 40	190
Ввоз, т	70	80	60	80	40	130	40	

В данной таблице условие базиса соблюдено.

2.3.3

Таблица 23

ГО	ГП							Вывоз, т
	Б1	Б2	Б3	Б4	Б5	Б6	Б7	
А1	14	7	4	9	10	19	5	150
	80	60					10	
А2	6	10	10	5	9	19	19	80
	70			10				
А3	13	7	11	8	4	6	8	80
				70	10			
А4	11	12	15	10	9	14	18	190
					30	130	30	
Ввоз, т	70	80	60	80	40	130	40	

Вычисляем транспортную работу:

$$W=7*80+4*60+5*10+6*70+5*10+8*70+4*10+9*30+14*130+18*30=4550 \text{ т-км}$$

Это на 130 т-км меньше чем в предыдущем варианте $[13*(-10)=-130]$.

В данной таблице условие базиса соблюдено. Данный вариант решения неоптимален, поскольку в свободных клетках имеются потенциалы, значение которых больше расстояний этих клеток. Для наиболее потенциальной клетки строим контур.

Таблица 24

ГО	ГП							Вывоз, т
	Б1	Б2	Б3	Б4	Б5	Б6	Б7	
А1	14	7	4	9	10	19	5	150
	80	60					10	
А2	6	10	10	5	9	19	19	80
	70			10				
А3	13	7	11	8	4	6	8	80
				70	10			
А4	11	12	15	10	9	14	18	190
					30	130	30	
Ввоз, т	70	80	60	80	40	130	40	

2.3.4

Таблица 25

ГО	ГП							Вывоз, т
	Б1	Б2	Б3	Б4	Б5	Б6	Б7	
А1	14	7	4	9	10	19	5	150
		50	60				40	
А2	6	10	10	5	9	19	19	80
	70			10				
А3	13	7	11	8	4	6	8	80
				70	10			
А4	11	12	15	10	9	14	18	190
		30			30	130		
Ввоз, т	70	80	60	80	40	130	40	

Вычисляем грузооборот:

$$W=7*50+4*60+5*40+6*70+5*10+8*70+4*10+12*30+9*30+14*130=4310 \text{ т-км}$$

В данной таблице условие базиса соблюдено. Данный вариант решения неоптимален, поскольку в свободных клетках имеются потенциалы, значение которых больше расстояний этих клеток. Для наиболее потенциальной клетки строим контур.

Таблица 26

ГО	ГП							Вывоз, т
	Б1	Б2	Б3	Б4	Б5	Б6	Б7	
А1	14	7	4	9	10	19	5	150
		50	60				40	
А2	6	10	10	5	9	19	19	80
	70			10				
А3	13	7	11	8	4	6	8	80
				70	10			
А4	11	12	15	10	9	14	18	190
		30			30	130		
Ввоз, т	70	80	60	80	40	130	40	

2.3.5

Таблица 27

ГО	ГП							Вывоз, т
	Б1	Б2	Б3	Б4	Б5	Б6	Б7	
А1	14	7	4	9	10	19	5	150
		50	60				40	
А2	6	10	10	5	9	19	19	80
	40			40				
А3	13	7	11	8	4	6	8	80
				40	40			
А4	11	12	15	10	9	14	18	190
	30	30				130		
Ввоз, т	70	80	60	80	40	130	40	

Вычисляем грузооборот:

$$W=7*50+4*60+5*40+6*40+5*40+8*40+4*40+11*30+12*30+14*130=4220 \text{ т-км}$$

В данной таблице условие базиса соблюдено. Данный вариант решения неоптимален, поскольку в свободных клетках имеются потенциалы, значение которых больше расстояний этих клеток. Для наиболее потенциальной клетки строим контур.

Таблица 28

ГО	ГП							Вывоз, т
	Б1	Б2	Б3	Б4	Б5	Б6	Б7	
А1	14	7	4	9	10	19	5	150
		50	60				40	
А2	6	10	10	5	9	19	19	80
	40			40				
А3	13	7	11	8	4	6	8	80
				40	40			
А4	11	12	15	10	9	14	18	190
	30	30				130		
Ввоз, т	70	80	60	80	40	130	40	

2.3.6

Таблица 29

ГО	ГП							Вывоз, т
	Б1	Б2	Б3	Б4	Б5	Б6	Б7	
А1	14	7	4	9	10	19	5	150
		50	60				40	
А2	6	10	10	5	9	19	19	80
				80				
А3	13	7	11	8	4	6	8	80
					40	40		
А4	11	12	15	10	9	14	18	190
	70	30				90		
Ввоз, т	70	80	60	80	40	130	40	

Вычисляем грузооборот:

$$W = 7*50 + 4*60 + 5*40 + 5*80 + 4*40 + 6*40 + 11*70 + 12*30 + 14*90 = 3980 \text{ т-км}$$

В данной таблице условие базиса не соблюдается, поэтому клетку A_2B_1 загружаем нулём. Данный вариант решения неоптимален, поскольку в свободных клетках имеются потенциалы, значение которых больше расстояний этих клеток. Для наиболее потенциальной клетки строим контур.

Таблица 30

ГО	ГП							Вывоз, т
	Б1	Б2	Б3	Б4	Б5	Б6	Б7	
А1	14	7	4	9	10	19	5	150
		50	60				40	
А2	6	10	10	5	9	19	19	80
	0			80				
А3	13	7	11	8	4	6	8	80
					40	40		
А4	11	12	15	10	9	14	18	190
	70	30				90		
Ввоз, т	70	80	60	80	40	130	40	

2.3.7

Таблица 31

ГО	ГП							Вывоз, т
	Б1	Б2	Б3	Б4	Б5	Б6	Б7	
А1	14	7	4	9	10	19	5	150
		50	60				40	
А2	6	10	10	5	9	19	19	80
				80				
А3	13	7	11	8	4	6	8	80
						80		
А4	11	12	15	10	9	14	18	190
	70	30			40	50		
Ввоз, т	70	80	60	80	40	130	40	

Вычисляем транспортную работу:

$$W=7*50+4*60+5*40+5*80+6*80+11*70+12*30+9*40+14*50=3860\text{т-км}$$

Этот вариант решения является оптимальным, поскольку сумма потенциалов в свободных клетках не превышает расстояния.

Часть 2.

Сформировать по критерию минимума суммарного пробега систему развозочных маршрутов методом Кларка-Райта. Данный метод основан на «выигрыше», который, получается от объединения маятниковых маршрутов в кольцевой.

Пусть есть два маятниковых маршрута $0 - i - 0$ и $0 - j - 0$. Каждый из них начинается и заканчивается в пункте 0, который является ГО или ГП (будем называть этот пункт центральным пунктом).

Выигрыш от объединения этих двух маршрутов в один равен

$$f_{ij} = l_{0i} + l_{j0} - l_{ij},$$

где l_{0i} - расстояние от центрального пункта до пункта i ; l_{j0} - расстояние от пункта j до центрального пункта; l_{ij} - расстояние между пунктами i и j .

Действительно, в результате объединения двух маршрутов отпадает необходимость возврата с i -го маршрута на центральный пункт и подачи автомобиля с центрального пункта на j -й маршрут. Но вместо этого появляется пробег от последней точки i -го маршрута до первой точки j -го маршрута.

Таким образом, некоторые маршруты можно объединять в соответствии с величиной «выигрыша» в более крупные маршруты. Если при этом объединять маршруты, величина «выигрыша» на которых имеет наибольшее значение, то можно рассчитывать, что полученное решение будет близко к оптимальному.

Решение заканчивается при невозможности дальнейшего объединения маршрутов. Это обусловлено двумя причинами: либо не осталось ни одного положительного значения «выигрыша» (т. е. объединять невыгодно), либо при объединении превышает грузопместимость автомобиля.

На начальном этапе имеется 10 маятниковых маршрутов, суммарный пробег по которым равен 228 км.

Рассчитаем «выигрыши» от объединения всех пар маршрутов, результаты занесем в табл. 32. Например, для пунктов A_2 и A_3 ; B_6 и B_3 получаем «выигрыш»:

$$f_{A_2A_3} = l_{ГО,A_2} + l_{ГО,A_3} - l_{A_2A_3} = 14 + 13 - 13 = 14 \text{ км}$$

$$f_{B_6B_3} = l_{ГО,B_6} + l_{ГО,B_3} - l_{B_6B_3} = 19 + 4 - 17 = 6 \text{ км}$$

Таблица 32

ГП	Ввоз груза,ед	ГП									
		A2	A3	A4	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7
A2	8	-	14	28	22	11	8	18	15	14	0
A3	5	14	-	22	14	13	6	14	19	26	10
A4	2	28	22	-	22	14	8	18	20	24	6
B1	6	22	14	22	-	11	8	18	15	14	0
B2	9	11	13	14	11	-	7	11	14	13	0
B3	2	8	6	8	8	7	-	8	7	6	0
B4	8	18	14	18	18	11	8	-	15	14	0
B5	5	15	19	20	15	14	7	15	-	19	3
B6	4	14	26	24	14	13	6	14	19	-	10
B7	14	0	10	6	0	0	0	0	3	10	-

Формируем маршрут №1.

Шаг 1. В таблице “выигрышей” (см.табл.32) находим ячейку с максимальным “выигрышем” f_{\max} . В нашем примере это ячейки (A_2A_4) т.е наибольший “выигрыш”, равный 28, получается при объединении маршрутов ГО-А2-ГО и ГО-А4-ГО

Шаг 2. Производим объединение маршрутов A_2 и A_4 в один общий кольцевой маршрут и запишем как $\dots - A_2 - A_4 - \dots$. Проверим на выполнение условие

$$Q_{A_2} + Q_{A_4} < q$$

где Q - объём перевозок на маршруте, ед., q - грузопместимость автомобиля, ед

Грузопместимость исчерпана. Сформированный маршрут №1 выглядит как:

$$ГО - A_2 - A_4 - ГО$$

Формируем следующий маршрут.

Наибольшее значение “выигрыша” равно 26. Объединяем маршруты $ГО - A_3 - ГО$ и $ГО - B_6 - ГО$. Проверяем условие

$$Q_{A_3} + Q_{B_6} < q$$

Вычёркиваем строку A_3 и столбец B_6 . Ищем следующее наибольшее значение “выигрыша”, поскольку грузоподъемность а/м полностью не использована, в столбце A_3 и строке B_6 .

Значение следующего наибольшего “выигрыша ” равно 19. Объединяем маршруты $ГО - B_5 - ГО$ и $ГО - A_3 - B_6 - ГО$. Проверяем условие

$$Q_{A_3} + Q_{B_6} + Q_{B_5} < q$$

Сформированный маршрут №2 выглядит как: $ГО - B_5 - A_3 - B_6 - ГО$

Формируем следующий маршрут.

Наибольшее значение “выигрыша” равно 18. Это “выигрыш” при объединение маршрутов $ГО - B_4 - ГО$ и $ГО - B_1 - ГО$. Проверяем условие :

$$Q_{B_4} + Q_{B_1} < q$$

Грузовместимость а/м исчерпана. Сформированный маршрут №3 выглядит как $ГО - B_4 - B_1 - ГО$

Формируем следующий маршрут.

Наибольшее значение “выигрыша” равно 15. Это “выигрыш” при объединение $ГО - B_1 - ГО$ и $ГО - B_5 - ГО$. Проверяем условие:

$$Q_{B_5} + Q_{B_1} < q$$

Грузовместимость а/м не исчерпана. Ищем следующий наибольший “выигрыш” в строке B_5 и столбце B_1 . Значение следующего наибольшего “выигрыша” равно 14. Объединяем маршруты $ГО - B_2 - ГО$ и $ГО - B_1 - B_5 - ГО$. Проверяем условие:

$$Q_{B_5} + Q_{B_1} + Q_{B_2} < q$$

Грузовместимость а/м исчерпана. Сформированный маршрут №4 выглядит как $ГО - B_1 - B_5 - B_2 - ГО$

Формируем следующий маршрут.

Наибольшее значение “выигрыша” равно 7. Это “выигрыш” при объединение $ГО - B_2 - ГО$ и $ГО - B_3 - ГО$. Проверяем условие:

$$Q_{B_2} + Q_{B_3} < q$$

Грузовместимость а/м не исчерпана. Ищем следующий наибольший “выигрыш” в строке B_3 и столбце B_2 . Значение следующего наибольшего “выигрыша” равно 0.

Сформированный маршрут №5 выглядит как $ГО - B_2 - B_3 - B_7 - ГО$

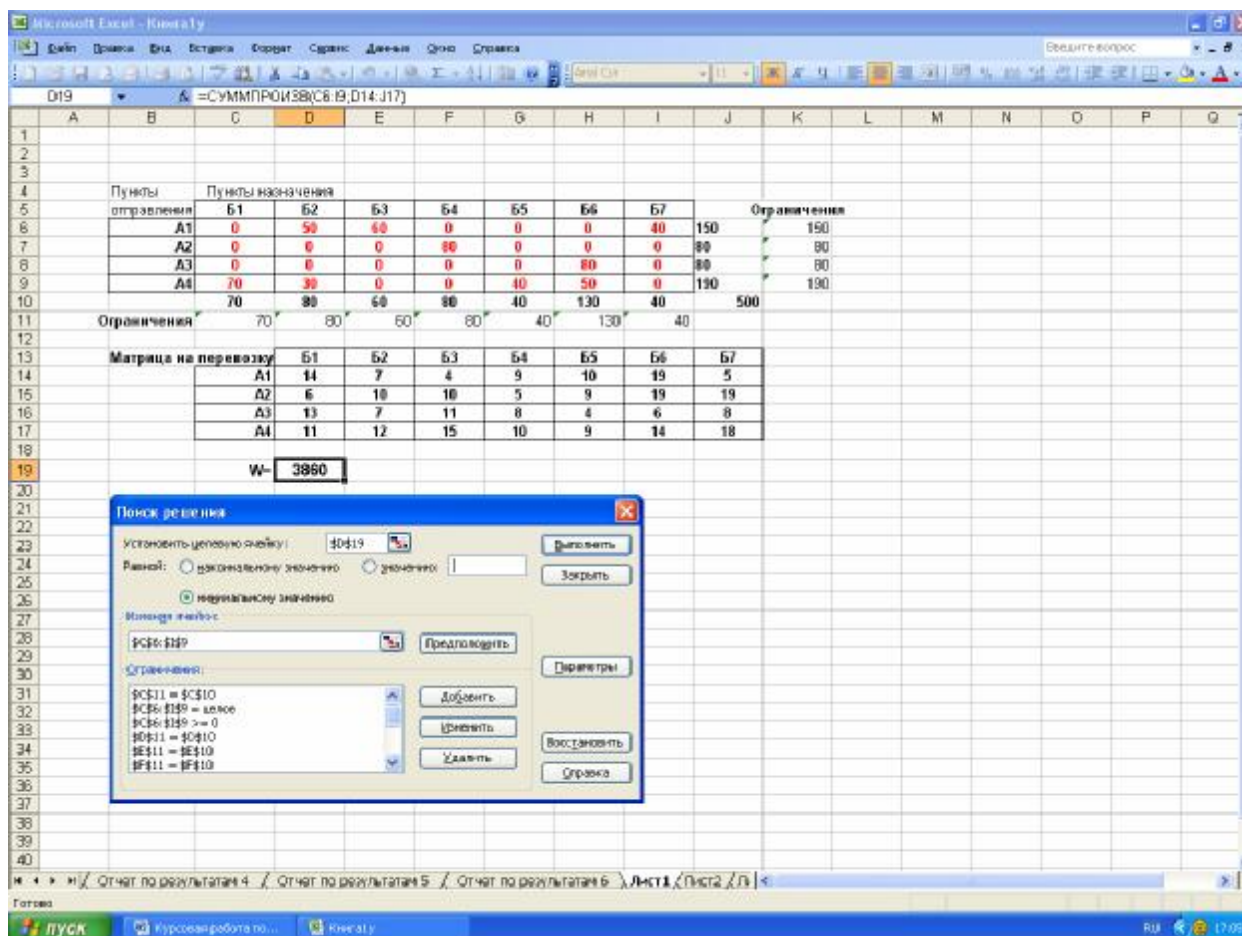
Остальные 13 единиц груза будут доставлены двумя маятниковыми маршрутами $ГО - B_7 - ГО$

Таблица 33

№	Маршруты		Суммарный пробег
1	ГО-А2-А4-ГО	14+5+19	38
2	ГО-Б5-А3-Б6-ГО	10+4+6+19	39
3	ГО-Б4-Б1-ГО	9+5+14	28
4	ГО-Б1-Б5-Б2-ГО	14+9+3+7	33
5	ГО-Б2-Б3-Б7-ГО	7+4+9+5	25
6	ГО-Б7-ГО	5+5	10
7	ГО-Б7-ГО	5+5	10

Суммарный пробег по сформированным 5 кольцевым и 2 маятниковым равен 183 км. Пробег а/м сократился на 45 км.

Решения транспортной задачи с помощью MS Excel.



В качестве критерия оптимизации выбираем минимальный грузооборот, в поле **Установить целевую ячейку** введём ссылку на ячейку, содержащую формулу расчета общего объема грузооборота. В нашем случае это ячейка **\$D\$19**, содержащая формулу (**СУММПРОИЗВ(С6:І9;D14:J17)**). Чтобы минимизировать значение конечной ячейки установим переключатель **минимальному значению**.

В поле **Изменяя ячейки** введём ссылки на изменяемые ячейки, разделяя их запятыми; либо, если ячейки находятся рядом, указывая первую и последнюю ячейку, разделяя их двоеточием (**\$C\$6:\$I\$9**). Это означает, что для достижения минимального грузооборота перевозок будут меняться значения в ячейках с С6 по І9, то есть будут изменяться количество груза, перевезенного по конкретному маршруту.

Наложим некоторые ограничения для поиска решения:

-**\$C\$6:\$I\$9 >= 0**. Оно означает, что объем перевозок не может быть отрицательным.

--**\$C\$6:\$I\$9 = целое**

Сумма груза по строкам должна равняться количеству груза вывозимого от конкретного поставщика (ограничению). Например, ячейка К6=сумм(С6;І6) равняется ячейки J6=150 (количеству груза вывозимого от А1)

Сумма груза по столбцам должна равняться количеству груза ввозимого конкретному получателю. Например, ячейка $C11=\text{сумм}(C6;C9)$ равняется ячейки $C10=70$ (количеству груза ввозимого Б1 получателю).

Минимальный грузооборот перевозок при соблюдении всех условий равен 3860 т-км.

Библиографический список:

1. ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В УПРАВЛЕНИИ ТРАНСПОРТОМ: Методические указания к практическим занятиям для студентов (очного и заочного обучения) специальности 240100– «Организация перевозок и управление на автомобильном транспорте» Составитель К.А. Багандов

2. Кожин А.П., Мезенцев В.Н “Математические методы в планировании и управлении грузовыми автомобильными перевозками”, Высшая школа, 1994 г..